

تنمية التفكير بأساليب مشوّقة

منتدى سور الأزبكية

WWW.BOOKS4ALL.NET

<https://twitter.com/SourAlAzbakya>



أ. د. عبد الواحد الكبيسي



شفا بزم

سور الزبكية





نمية التفكير بأساليب مشوقة

تنمية التفكير بأساليب مشوقة

الأستاذ الدكتور
عبد الواحد حميد الكبيسي
أستاذ طرائق تدريس الرياضيات
جامعة الأنبار
2007م

رقم التصنيف: 925.1

المؤلف ومن هو في حكمه: أ.د. عبد الواحد حميد الكبيسي

عنوان الكتاب: تتمية التفكير بأساليب مشوقة

رقم الإيداع: 2007/2/559

الموضوع الرئيسي: طرق التعلم / التدريس / الإبداع / أساليب التعلم / الرياضيات

بيانات النشر: دار ديونو للنشر والتوزيع - عمان

تم إعداد بيانات الفهرسة والتصنيف الأولية من قبل دائرة المكتبة الوطنية

حقوق الطبع محفوظة للناسر

الطبعة الأولى

2007م

ديونو للطباعة والنشر والتوزيع



عمان- شارع الملكة رانيا- مجمع العيد التجاري

مقابل مفروشات لبني- ط4

هاتف: 962-6-5337003 962-6-5337029 فاكس: 962-6-5337007

ص.ب: 831 الجبيلة 11941 المملكة الأردنية الهاشمية

E-mail: info@debono.edu.jo

www.debono.edu.jo

ISBN 9957- 454 - 29 - 6

المحتويات

الموضوع	الصفحة
المقدمة	
الفصل الأول	
ما هو التفكير وما هي مبررات دراسته	
مهارات التفكير	
أجسامات تعليم التفكير:	
أسباب دمج مهارات التفكير في المنهج الدراسي	
تنمية مهارات التفكير	
مثال: مشكلة: أن يأتي الطلبة بمددين مختلفين مجموعتهما نفس حاصل ضربيهما.	
مراحل توظيف تعليم التفكير	
تصنيف مراحل إثارة الأسئلة من قبل المعلم لإثارة التفكير	
الفصل الثاني	
لماذا: تنمية التفكير من خلال التسلية	
التسلية مع المربعات السحرية	
ثانياً: تسلية مع الأعداد	
1 - العدد يظهر نفسه	
2- الناتج أعداد مكررة:	
3 - الناتج أعداد مكررة مرتين	
4- الناتج أعداد مكررة بترتيب معين	
5 - مواضيع متفرقة	
العدد دوري	
استراحة (دما)	
التفكير من طريق حل الألفاظ والعزومات	
الألفاظ من 1 - 100	
استراحة (رسالة)	
التفكير من طريق الأكلاب التعليمية	
قوائم أسلوب التعلم باللعب	

الموضوع	الصفحة
مميزات الألعاب التعليمية	
دور المعلم عند استخدام الألعاب:	
دور الطالب عند استخدام الألعاب:	
استراحة (قصيدة لطالب يحكمه الرياضيات)	
بعض أنواع اللعب في الرياضيات	
: ألعاب اكتشاف المفاهيم	
2- ألعاب اكتشاف المسبب: كيف تقدر لعبة الجدول	
3- ألعاب اكتشاف العلاقة أو التعميم:	
4- ألعاب التضمين	
العب مع صديقك: اللعبة الأولى: إذا أردت أن تحزر عمر صديقك	
اللعبة الثانية: خطوات حسابية نعرف عدد الأجداد، وعدد الأخوة، وعدد الأخوات.	
5- ألعاب التدوير	
نموذج درس وفق استراتيجيه لعب الأدوار	
استراحة (مدامية) العلماء يدايمون أيضا	
ثانها المدايمية	
لولا: معرفة العمر (بالمسنوات) و الشهر المولود فيه	
الفصل الثالث: بعض أنواع التفكير	
لولا: التفكير الإبداعي ومهارات المصنف الذهني	
تعريف التفكير الإبداعي	
مراحل التفكير الإبداعي	
تنمية التفكير الإبداعي	
دور المدرسة في تنمية الإبداع	
منشط التفكير الإبداعي في المدرسة هو	
دور المعلم في تنمية الإبداع	
ممارس المنهج الإبداعي	
سهاسات تدريب المعلم	
قدرات التفكير الابتكاري (الإبداعي)	
التفكير (المصنف الذهني)	

الموضوع	الصفحة
خطوات إستراتيجية المصف الذهني مع مثال	
مفوقات المصف الذهني	
العناصر التي تساعد في نجاح عملية المصف الذهني	
تتمية التفكير الإبداعي لدى الطلبة	
الأمثلة لتتمية التفكير الإبداعي على مستوى المرحلة الابتدائية وما بعدها	
النحل و روعة البناء المعماري في خلاياه	
بلورة الفج المبدائية	
أسئلة متنوعة حول التفكير الإبداعي	
طريقة مهتمه للضرب في العدد (9)	
التفكير الناقد	
تمهيد	
تعريف التفكير الناقد	
تعلم التفكير الناقد	
التفكير الناقد و الرياضيات	
الرياضيات تدعو لتتمية التفكير الناقد	
مهارات التفكير الناقد وتتميته	
بعض الأسئلة لتقياس التفكير الناقد	
التفكير الرياضي	
تتمية التفكير الرياضي	
التفكير المنطقي	
تتمية التفكير المنطقي	
مهارات التفكير المنطقي	
التفكير الاستقرائي	
مكونات عملية الاستقراء	
التفكير الاستنباطي	
بعض الأسئلة لتقياس التفكير الرياضي ومهاراته	
لولا: سلاسل الأعداد	
لأنها: الاستقراء	

الموضوع	الصفحة
ثالثا: الاستبصار	
أسئلة التفكير المنطقي	
التعبير بالرموز	
اختبار التفكير المنظومي	
الفصل الرابع	
تتمية التفكير من خلال طرق التدريس	
لولا: تتمية التفكير من خلال طريقة الاكتشاف	
الاكتشاف الموجه	
الاكتشاف الحر	
أهداف التعلم بالاكتشاف (أهداف عامة)	
أهداف التعلم بالاكتشاف (أهداف خاصة)	
طرق الاكتشاف	
لولا: طريقة الاكتشاف الاستراتيجي	
أسئلة للتفكير	
طريقة الاكتشاف الاستدلالي	
إرشادات عند استخدام طرق التعلم بالاكتشاف	
النتائج المتوخاة من دروس الاكتشاف	
ثانيا: تتمية التفكير من خلال طريقة حل المشكلات	
خطوات التعامل مع المشكلات	
نصائح للمعلمين لتتمية التفكير عند حل المسائل	
توظيف التهمة في حل المشكلات الرياضية	
مشكلات تتطلب حل من التفرع	
الفصل الخامس	
أجوبة (الفصل الثاني) التسمية والألفاظ (س1 - س26)	
جواب الألفاظ (من اللفظ 1 - اللفظ 100)	
أجوبة أسئلة الألفاظ (من س27 - س36)	
أجوبة التفكير الإبداعي (من س37 - س52)	
أجوبة أسئلة التفكير الناقد (من س53 - س67)	

الموضوع	الصفحة
أجوبة التفكير الرياضي	
أولاً: تكملة السلاسل (من 68)	
ثانياً أجوبة الاستقراء (من 69 - 75)	
ثالثاً أجوبة الاستنباط (من 76 - 84)	
أجوبة التفكير النمطي (من 85 - 100)	
أجوبة التعبير بالرموز (من 101 - 108)	
أجوبة التفكير المنطومي (من 109 - 112)	
أجوبة النمسل الرابع	
أجوبة استلة الاكتشاف (من 113 - 118)	
جواب 119 ، الاكتشاف الاستدلالي	
أجوبة حل المشكلات (من 120 - 130)	

المقدمة

إن التفكير مطلب إلهي ومن أسباب نزول القرآن الكريم لقوله تعالى: ﴿وَأَنْزَلْنَا إِلَيْكَ الذِّكْرَ لِتُبَيِّنَ لِلنَّاسِ مَا نُزِّلَ إِلَيْهِمْ وَلَعَلَّهُمْ يَتَفَكَّرُونَ﴾ (النحل: من الآية 44). فقد دعا القرآن الكريم للنظر العقلي بمعنى التأمل والفحص وتقليب الأمر على وجوهه لفهمه وإدراكه، وعاب على من تمسك بالموثوث البشري دون إيمان النظر وأعمال الفكر في الحقائق الإلهية الواضحة لقوله عز وجل: ﴿وَإِذَا قِيلَ لَهُمُ اثْبُتُوا مَا أَنْزَلَ اللَّهُ قَالُوا بَلْ نَشِيعُ مَا آفَيْنَا عَلَيْهِ آبَاءَنَا أَوْ كُنَّا كَأَبَائِهِمْ لَا يَمْقُلُونَ شَيْئاً وَلَا يَهْتَدُونَ﴾ (البقرة: 170).

لم تعد المعرفة غاية في حد ذاتها، وإنما أصبح التركيز على المفهوم الوظيفي لتلك المعرفة و أبعاد الأساليب الحديثة في التعليم أسلوب الذي يعتمد على الحفظ والتلقين والتلقي السلبي، واعتمدت أسلوب النقاش والحوار الفكري والفهم والتحليل والنقد والاستنتاج لإعداد الأجيال القادرة على التفكير والقادرة على البحث في الجديد ليس على مستوى التقليد، وإنما على مستوى الابتكار لأشياء جديدة تتسم بالأصالة والحدثة.

إن عملية إكساب مهارات التفكير ليست عملية سهلة بل معقدة و تحتاج الكثير من البرامج المتعدد وهناك اتجاهين لتنمية التفكير حسب ما سيوضح الكاتب منهم من يرى لتعليم التفكير وتنمية مهاراته من خلال منهج منفصل لذاته كأمثال المفكر (De Bono, 1986)، ومنهم من يرى إمكانية تطوير مهارات التفكير من خلال الحصص اليومية للمواد الدراسية وخاصة في مادة الرياضيات أمثال (Judith Let al, 1999).

وحاول الكاتب مزج وجهات النظر تلك في تنمية هذه المهارات بأسلوب مبسط ومشوق أما من خلال انتقاء من هذا الكتاب للتدريب على التفكير من موضوعات غير منهجية منفصلة (مثل الإلفاز والتسلية أو الألعاب المختلفة) أو من خلال دمجها مع تدريس

الرياضيات وإظهار بعض من فنونها وجمالياتها التي تساعد على تنمية التفكير وتنوق
لذة التفكير.

حيث القليل من يتنوق اللذات الفكرية الرياضية، وهذا راجع إلى التعامل مع
الرياضيات على أنها أفكار مجردة، ضعيفة الاتصال بالواقع المعيني الحسي الملموس
المرتبط بالحياة اليومية، لقد أهمل السمي إلى ربط الرياضيات بالواقع بشكل واضح
وجلي، وأهمل تحميلها الأحاسيس الجمالية وترتيبها المدهش، وكان إذا تم ذلك
وصفت الرياضيات بالتناسق والتناظر اللذين هما أسس الجمال، ولكن نل الإحساس
بهذا التناظر والتناسق ضعيفاً وصعب التنوق وغير واضح للأغلبية.
والواقع إن طرق ومناهج تعليم الرياضيات غالباً لا تهتم بتعليم تنوقها، مما جعل
تعلمها صعباً والمطلوب هو تعليم تنوقها، لأنها صعبة على التناول وعلى التمثل
والحفظ، إذا لم يترافق هذا مع تنوق لنتها.

لذلك يجب السمي لتعليم تنوقها كما نسمى لتعليم تنوق الأدب والفنون، إذا أريد
تعليمها بسهولة، وزيادة الطلب على تعلمها وانتشارها. صحيح أن تعليم تنوق الرياضيات
أصعب من تعليم تنوق الآداب والفنون، ولكنه يظل ممكناً مثل تعليم أي تنوق
فكري.

وأرجو أن أكون قد وفقت في تقديم للقارئ بعض فنون الرياضيات للمتعة وتسلية وتنمية
التفكير وتحدي قدرات العقلية وتقديم لإخواننا معلمي الرياضيات ما يعينهم على
تدريس المادة بأسلوب مشوق وأن يستغلوا أوقات الفراغ في الدرس وحتى لا يحصل بعض
الضياع في دروسهم أو إنعاش الطلبة في بعض الأوقات والخروج من صيغ الروتينية
للتدريس بعرض بعض الأشياء المسلية من الألفاظ والألعاب التعليمية والتي هي من ضمن
المادة التعليمية والتي تنمي التفكير وتجعل الدرس أكثر نشاطاً وجدية ويزيد من
احترامهم للتعليم والمعلم.

وجاء حل الأسئلة الفكرية أو الألفاز في فصل منفرد (الفصل الخامس) حتى يتمكن القارئ من التفكير في حل السؤال أو اللفز ويتأكد من حله من الأجوبة الموجودة في نهاية الكتاب.

وأمل أن يعين الكتاب طلبة الدراسات العليا تخصص طرق تدريس الرياضيات، أو الدراسات التي تهتم بالتفكير على بناء اختباراتهم، حيث يتطرق الكتاب إلى عدة أنواع من التفكير وكيفية قياسه ونأمل من الباري عز وجل أن يقبل هذا الجهد احتساباً لوجه تعالى لخدمة العلم ومسيرة عبادة التفكير.

الأستاذ الدكتور: عبد الواحد حميد الكبيسي

أستاذ طرائق تدريس الرياضيات

كلية التربية // جامعة الأنبار

الفصل الأول

ما هو التفكير وما هي مبررات دراسته

تعريف التفكير جاء في المعجم الوسيط: فَكَّرَ في الأمر، يَفْكِر، فَكْرًا: أعمل العقل فيه، ورثب بعض ما يعلم ليصل به إلى مجهول وأفكَّرَ في الأمر، فَكَّرَ فيه، فهو مُفَكِّر، وفكَّر مبالغة في فَكَّرَ، وهو أشيع في الاستعمال منه.

التفكير مفهوم افتراضي يشير إلى عملية داخلية تمرى إلى نشاط ذهني معرفي تفاعلي انتقائي قصدي موجه نحو صياغة حل لمسألة ما، أو اتخاذ قرار معين، أو إشباع رغبة في الفهم، أو إيجاد معنى، أو إجابة شافية لسؤال معين، ويتعلمه الفرد من ظروفه البيئية المتاحة، ولا يمكن ملاحظة هذه العملية بل يستدل عليها من خلال ما يلاحظ من سلوك داخلي أو ظاهري إذ تتراكم خلالها مجموعة الخبرات التي يواجهها الفرد¹ والتفكير في أبسط تعاريفه: هو سلسلة من النشاطات العقلية التي يقوم بها الدماغ عندما يتعرض لمثير ما يتم استقباله عن طريق واحدة أو أكثر من الحواس الخمسة، والتفكير بمعناه الواسع عملية بحث عن معنى في الموقف أو الخبر²

التفكير مفهوم معقد يندلوي على أبعاد ومكونات متشابكة تعكس الطبيعة المعقدة للدماغ البشري، فقد توصلت البحوث والدراسات البيولوجية والمصبية حول تكوين الدماغ البشري فهو يولد (25) واد من الطاقة في حالة الوعي، وتنقل المعلومات فيه بسرعة (220) ميل في الساعة، وتنقل بين جانبي الدماغ الأيمن والأيسر بلايين الوحدات (Bits) من المعلومات في الثانية، علما أن ما يستخدمه الإنسان من طاقة الدماغ هي اقل من (3.5%

¹ - Ruggier, v (1988): The Art of Thinking, (2nd) Edition, N.Y: Harper & Row Pub COM. ,p.2

² - Barrell, J (1991): Students preconception introductory meachaines. American Journal of Science. Vol., 50. No 2. ,p.21

³ - Clark, A (1992): The mind, (2nd). N Y: John Wiley and Sons. ,p.142

كما أن الدماغ البشري قادر على تخزين (100) تريليون معلومة، أي أكثر بـ (500) مرة من حجم المعلومات في المجموعة الكاملة من الموسوعة البريطانية⁴

وفي كثير من دول العالم أصبحت من متطلبات المناهج التربوية أن تولي اهتماما كبيرا للتفكير وتضمنه كهدف من الأهداف التي يجب أن تنتهي إليه عمليتا التعليم والتعلم، وقد طورت البرامج التربوية المديدة من أنشطتها التي تهدف إلى تدريب الطلبة على التفكير، فيرى (Chance) أنه نتيجة للانفجار المعرفي أصبح الناس أقل اعتمادا على الحقائق والمهارات الأساسية، وأكثر اعتمادا على القدرة في معالجة المعلومات، ولذلك ينبغي تنمية التفكير بأنواعه لدى الطلبة لمواجهة متطلبات العصر⁵

ويرى (Noris) أن التفكير ليس خيارا تربويا فحسب، وإنما ضرورة تربوية لا غنى عنها، ويمزو ذلك إلى جملة من الاعتبارات منها: أن تنمية التفكير لدى الطلبة تؤدي إلى فهم أعمق للمحتوى المعرفي الذي يتعلمونه، إذ إن التعلم في أساسه عملية تفكير، وأن توليف التفكير في التعلم يحول عملية اكتساب المعرفة من عملية خاملة إلى نشاط عقلي، مما ينعكس على إتقان أفضل للمحتوى المعرفي وربط عناصره بعضها ببعض⁶

وتعد قدرات التفكير متطلباً رئيساً لجميع فئات المجتمع، فالفرد الذي يمتلك هذه القدرات يكون مستقلاً في تفكيره، مراقباً له، ومتحرراً من التبعية، قادراً على اتخاذ قرارات صائبة في حياته، وواعياً للأنظمة الاجتماعية، والاقتصادية، والسياسية في بلده، لا يسلم بها كما هي، وإنما يحاكمها على وفق معايير محددة، ويتخذ منها مواقف واعية بناءً على تلك المعايير⁷

⁴ - مليرز، شبت 1993، نظم الطلاب التفكير الناقد، ترجمة عزمي جرار، مركز الكتاب الأردني، عمان، الأردن، ص13.

⁵ - فطامي، يوسف وفطامي، نلفة 2000، سيكولوجية التعلم الصفي، ط1، دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، ص411

⁶ Noris, 1985: Synthesis of Research on Critical Thinking Educational leadership. Vol. 42, no.8, p.40

⁷ - Paul, R. (1984): Critical Tinkling Fundamental to Education for a Free Society. Educational Leadership, 42 no 1. p.4

لقد أصبح من وظيفه التربية أن تُعنى بتعليم الناس كيف يفكرون، وأن تحذرهم من مزالق التفكير، وتدريبهم على أساليبه السديدة، حتى يستطيعوا أن يشقوا طريقهم في الحياة بنجاح، ويدعموا بناء الحضارة، وحتى لا تسبطر عليهم أفكار الغير في تفكيرهم مع هذا الخنم الهائل من الأفكار التي تُلحج الثورة المعلوماتية المتمثلة بالإنترنت والحاسبات وفي مجتمع سريع التغير فلا بد من مساعدته على التكيف من خلال إتاحة الفرصة أمامه وتدريبه على حل المشاكل التي تواجهه بنفسه، إن طبيعة هذا العصر تحتاج بشدة إلى مفكرين غير تقليديين، بل مفكرين يتميزون بمهارات عليا تتلاءم مع هذا العصر، لأن هذا العصر يعتبر عصر الإبداع، لذلك ازداد الاهتمام مؤخراً بضرورة تحسين وتلويز مهارات التفكير (العليا و الدنيا) لدى طلبة المدارس في جميع المراحل أي أن علي التربية مساعدة المتعلم علي فهم عمليات التفكير، وخاصة العمليات العقلية التي يستخدمها هو نفسه في التعلم، وكذلك تعد المتعلم بالمعلومات الكافية عن استراتيجيات التعلم المختلفة، وتساعد علي اختيار أنسبها بالنسبة له لاستخدامها في المواقف التعليمية التي يمر بها، وبالتالي يتعلم جيدا وبالطريقة التي تناسب تفكيره⁸

كما أن التعلم الجيد هو الذي يمكن المتعلمين من ممارسة التفكير النقدي والتفكير الخلاق واكتشاف الحلول والحوار المبني علي التحليل والاستنباط⁹ وهذا بدوره يؤكد علي دور التعلم من أجل التفكير وذلك بأن يكون لاهتمام بتدريب المتعلم علي كيفية التفكير أكثر من الاهتمام بما يجب أن يفكر به، ويمكن أن يتم ذلك بتوفير بيئة تعليمية تبعث علي التفكير من خلال تدريس المناهج الدراسية¹⁰.

⁸ - Arends Richard , 1998: " Learning to Teach " 4th edition , Boston , McGraw Hill, P.425

⁹ - المركز القومي للبحوث التربوية والتنمية 1996، التدريس لتكوين المهارات العليا للتفكير، قطاع الكتب بوزارة التربية والتعليم، القاهرة، ص5.

¹⁰ - بخت، خديجة أحمد 2000، فعالية برنامج مقترح في تعليم الاقتصاد المنزلي في تنمية التفكير الناقد والتحصيل الدراسي لدي تلميذات المرحلة الإعدادية، المؤتمر العلمي الثاني عشر، مناهج التعليم وتنمية التفكير، المجلد الثاني، جامعة عين شمس، ص133.

ولكي تتمكن التربية من تنمية القدرات العقلية لدى المتعلمين علينا أن ننمي لديهم القدرة علي إدراك كيف يفكرون ، وكيف يصلون إلي حل للمشكلات التي تواجههم ، لأنه بهذه الطريقة نساعدهم علي رسم مخطط واضح لمسار تفكيرهم ، مما يسهل عليهم عملية التعلم ، وكذلك يسهل عليهم سرعة إنجاز المهام التي تُطلب منهم ، وأيضا أدائها بكفاءة عالية ، مما يخلق لديهم القدرة علي التحليل والتفكير الناقد وكذلك التفكير الخلاق الذي يؤدي بنا إلي اللحاق بركب الحضارة والمشاركة الفعالة في الثورة العلمية الحادثة الآن . كما أن ما يساعد في تنمية القدرات العقلية لدى المتعلم هو إدراكه بالعمليات العقلية والمعرفية التي يقوم بها أثناء التعلم وليس ذلك فقط بل والتحكم فيها .

فوعي المتعلم بتفكيره وقدرته علي معرفة مشاعره لها أهميتها في فهم المتعلم لنفسه في حين أن عدم الوعي بها يتركه تحت سيطرتها¹¹

وقد يتساءل البعض: هل يحتاج الإنسان أن يتعلم كيف يفكر؟ أو ليس الإنسان مفكرا بطبيعته؟ والجواب على ذلك أن الإنسان في حاجة إلى تعلّم طرق التفكير ، والتدرّب على مهاراته ، كحاجته لأن يتعلم كيف يتكلم ، وكيف يعامل الناس ، وتعليم التفكير الصحيح يبنى على بعض القواعد الأساسية ، لا بد من غرسها في النفوس ، وكلما كان تمثلها في سن أبكر كانت النتيجة أحسن .

إن إعداد الطالب للعيش ، يتطلب من المهتمين بالتربية أن يساعدوه ويمكن تحقيق ذلك إذا احترمنا طرق تفكيره وكشفنا عن طاقاته الكامنة ، من خلال توجيهها إلي الطريق التي تجعل هذا الطالب يصبح قادراً على حل المشكلات التي يواجهها أو يفكر في طرق لحلها ، و متكيفا مع بيئته التي يعيش فيها .

¹¹ - سعيد، أيمن هبيب، أثر استخدام استراتيجيات التعلم القائم علي الاستبطان علي تنمية مهارات ما وراء المعرفة لدى طلاب الصف الأول الثانوي من خلال مدة الفيزياء بالمركز القومي للبحوث التربوية والتنمية، مجلة المعلم، الانترنت.

مهارة التفكير: هي القدرة على التفكير بفعالية، أو هي القدرة على تشغيل الدماغ بفعالية.

ومهارة التفكير شأنها في ذلك شأن أي مهارة أخرى تحتاج إلى:
التعلم لاكتسابها بالتمرين.

التطوير والتحسين المستمر في الأداء.

تحتاج إلى وقت طويل لاكتسابها.

إن تعلم مهارة التفكير أمر مؤكد رغم وجود اختلاف حول ذلك، والذي مرده إلى أن التفكير عملية طبيعية تلقائية يقوم بها أي إنسان، ولكن الإنسان يقوم بعمليات تلقائية كثيرة ومع ذلك فهو بحاجة إلى تعلمها وتطويعها والحاجة إلى تعلم التفكير وتعليمه تتأكد بأمرين:

اعتبار التفكير مهارة، وأية مهارة تحتاج في اكتسابها إلى التعلم.

أن التفكير عملية معقدة متعددة الجوانب تتأثر بعوامل كثيرة وتقف في طريقها العقبات.

تميل معظم التوجهات إلى إدخال التفكير ضمن المناهج لاتخاذ سبيلاً للحصول المعرفي وإنتاج الأفكار. وهذا أمر ملح لا بد أن تتبنى كافة المؤسسات التعليمية وتدرجه في مناهجها لتواكب التقدم الهائل في التعليم ووسائله، وليكون لدى المتعلم القدرة على متابعة الكم الهائل من الثورة المعلوماتية المتزايدة مع الأخذ بالاعتبار أن لا يدرس التفكير كمادة مستقلة لها كتاب مقرر وتُعد لها الامتحانات إذ لربما يفقد التفكير أهميته ومهمته، ولن يتجاوز كونه معرفة جديدة تضاف إلى لائحة المعارف الموجودة. فإنه مما يؤخذ على التعليم تركيزه على إعطاء المعلومات وكثرة الواجبات والأعباء الملقاة على المتعلمين، مما قد يعمق عملية التفكير أثناء التعلم بسبب التركيز فقط على تحصيل المعرفة.

اتجاهات تعليم التفكير:

الاتجاه الأول: وينادي هذا الاتجاه بضرورة تنمية التفكير من خلال دروس وبرامج خاصة ومحددة في تطوير مهارات التفكير العليا و الدنيا (برامج مستقلة مثل القبعات

الست ليديونو و غيرها) والدعوة إلى تدريس مادة التفكير كمادة مستقلة مثلها مثل بقية المواد التدريسية مثل الرياضيات والفيزياء ويتبنى هذا الاتجاه المفكر (DeBono, 1986) فهو لا يؤمن في أن مهارات التفكير تنمو أو تتحسن من خلال تدريس تلك المواد التقليدية الرياضيات أو العلوم¹³.

الاتجاه الثاني: ويرى هذا الاتجاه إمكانية تطوير مهارات التفكير العليا و الدنيا من خلال الحصص اليومية للمواد الدراسية وخاصة في مادة الرياضيات¹⁴، ومن الميدين لهذا الاتجاه أمثال (Judith L et al, 1999) ¹⁵ وآخرون¹⁶.

ويعمل الكاتب إلى مزج وجهات النظر هذه في استخدام الرياضيات كون تعليمها موجه لكل الطلاب في التعليم العام وليس باستطاعة المعلم أن يوجه الطلاب لبرامج التي تنمي التفكير حسب هواه وبإمكان المعلم انتقاء من الأساليب والأمثلة غير المنهجية المقررة أو تحويل بعض الموضوعات الدراسية المقرر إلى أساليب يمكن من خلالها تنمية التفكير التي يعرضها الكاتب وتوثيق أوقات الفراغ على شكل مسابقات بين الصفوف أو إصدار نشرات مدرسية تعني بالإلغاز الفكرية وعرض فنون الرياضيات بأساليب مشوقة..

¹³ - De Bono, Edward, CoRT Thinking, Teachers Notes, Breadth, Pergamon Press, Second Edition, 1986.

¹⁴ - فادي، خديجة عامر، ملامح التفكير التي يحتاجها طالب المرحلة الثانوية و دور العملية التعليمية في تربيته تفكير الطلاب، كلية التربية، جامعة أم القرى، السعودية

¹⁵ - Krulik, Stephen, and Jesse A. Rudnik. Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers. Needham Heights, Mass.: Allyn and Bacon, Inc., 1993

¹⁶ - National Council of Teacher of Mathematics, Developing Mathematical Reasoning in Grades K- 12.: 1999 Yearbook of the National Council of Teacher of Mathematics, Reston, Va.: National Council of Teacher of Mathematics, 1999 & Judith L, Fraivillig, Lauren A, Murphy, and Karen C.Fuson.(1999). Advancing Children's Thinking Journal for Research in Mathematics Education, 30, 184-170

و بصورة عامة فإن تعليم مهارات التفكير يحقق في تكوين انقلاب نوعي في طريقة تدريس المناهج الدراسية وفي تحسين نوعية المخرجات للعملية التعليمية وبالتالي انعكاسه على خطط التنمية الوطنية للبلاد . فتعليم الطلاب و تدريبهم على ممارسة مهارات التفكير الدنيا و العليا مثل:

حل المشكلات PROBLEM SOLVING

الألعاب التعليمية LEARNING GAMES

المصف الذهني BRAINSTORMING

مهارات التفكير الناقد CRITICAL THINKING

مهارات التفكير الإبداعي CREATIVE THINKING

مهارات التفكير الرياضي

الاستقراء INDUCTIVE

الاستنباط DEDUCTIVE

فمثل هذه المهارات و غيرها تقوم بتنظيم العمليات العقلية 17 و التي من شأنها المساعدة في تكوين شخصية العلمية المفكرة التي تتجاوز حدود المعلومة المرتبط بالمقرر الدراسي إلى توليفها في مواقف أخرى تعليمية أو عملية . و من هنا تبرز الحاجة إلى تعلم وتعليم مهارات التفكير ودمجها في المنهج الدراسي لأسباب كثيرة منها:

إن التفكير مطلب ديني، دعا إليه القرآن في مواضع كثيرة منها قوله تعالى: {وَسَخَّرْ لَكُم مَّا فِي السَّمَاوَاتِ وَمَا فِي الْأَرْضِ جَمِيعاً مِّنْهُ إِنَّ فِي ذَلِكَ لَآيَاتٍ لِّقَوْمٍ يَتَفَكَّرُونَ} (الجمعة: 13).

إن التفكير مطلب لذكاء الفرد، فالذكاء قدرة عقلية تعبر عن نفسها بواسطة مهارات التفكير. وقد شبه العالم ديونو العلاقة بين الذكاء وتعلم مهارات التفكير بالعلاقة بين محرك السيارة ومهارة قيادتها أو إلماماتها.

¹⁷ حبيب، مجدي عبد الكريم 1995 دراسات في أساليب التفكير، مكتبة النهضة المصرية، جمهورية مصر العربية ص 29-30.

إن التفكير مطلب لزيادة التحصيل: يذكر العالم ايبستز بأن تعلم المحتوى الدراسي مقرونا بتعلم مهارات التفكير يترتب عليه تحصيل أعلى مقارنة مع تعلم المحتوى فقط، و يعطي الطالب إحساسا بالسيطرة الواعية على تفكيره مما ينمكس على تحسن مستوى التحصيل لديه وشموحه بالثقة في النفس في مواجهة المهمات المدرسية والحياتية.

إن التفكير مطلب مكمل لعملية التعليم: إن تعليم مهارات التفكير هو بمثابة تزويد الفرد بالأدوات التي يحتاجها حتى يتمكن من التعامل بفاعلية مع أي نوع من المعلومات أو المتغيرات التي يأتي بها المستقبل و يساعد على رفع مستوى الكفاءة الفكرية للطلاب.

إن التفكير مطلب لنمو الاتجاه الإيجابي نحو التعلم: إن تعليم مهارات التفكير والتعليم من أجل التفكير يرفعان من درجة الإثارة والجذب للخبرات الصفية، ويجعلان دور الطلبة إيجابيا وفاعلا.

إن التفكير مطلب مكمل لسقل الموهبة: إن الحاجة إلى صقل الموهبة وتعميتها يقتضي تعلم مهارات التفكير و ممارستها. فالموهبة قدرة قد تتلاشى مع مرور الزمن وقد تموت نهائيا، إذا لم تقترن بعملية تسميتها بتعلم نطاق واسع من المهارات التفكير، بعد أن يتجاوز العمر الزمني العمر العقلي، وقد اعتبر بعض الباحثين في مجال الموهبة مثل رنزولي أن إتقان المهارات التفكيرية جزء لا يتجزأ من طبيعة الموهبة، وعبر عن ذلك بأن الموهبة هي حصيلة تقابل ثلاث دوائر تمثل المهارات التفكيرية واحدة منها.

إن التفكير مطلب لمواجهة الكم الهائل من المعلومات التي تتدفق علينا كل يوم: وإذا لم نستوعبها بطريقة منخلية تقوم على أساس التفكير فلن نتمكن من هذه المعلومات مطلقاً.

إن التفكير مطلب لاكتساب مهاراته: كون التفكير فطرياً لا يعني عن اكتساب مهاراته، لأننا نقوم بعمليات تلقائية كثيرة، ومع ذلك فنحن بحاجة إلى تعلمها، كما يمرض برامج الأمومة في التلفزيون لكيفية رعاية الأطفال.

إن التفكير مطلب لاكتساب مهارات أخرى: أن التفكير يُسهل اكتساب المهارات الأخرى ويعمل على ترسيخها في النفس.

إن التفكير مطلب أساسي عند التخليط: نتائج التجارب العالمية التي أثبتت الجدوى الفعلية والتحسين النوعي المباشر في عملية التعلم والتعليم إذا قرنت بالاهتمام المدروس بمهارات التفكير من خلال دمجها في استراتيجيات التدريس، أو من خلال تطبيق منهج مستقل بالمهارات التفكيرية على غرار برنامج (الكورت) لـديونو والذي يطبق في كثير من دول العالم المتطورة تعليمياً. بل تجاوزت تلك الدول حدود تطبيق منهج مستقل للمهارات التفكيرية وإنما نصت سياستها التعليمية صراحة على أن تنمية التفكير لدى الطالب مطلب أساس يجب مراعاته عند التخليط أو التنفيذ التربوي. فمثلاً يعتبر في كندا تعلم مهارات التفكير الأساس المهم للتدريس، أما في شيلي فإن الاختبارات الرسمية للتفكير الناقد هي الأساس للالتحاق بالجامعة، و يعتبر الدور الأساس للمدرسة في اليابان هو تنمية القدرة على التفكير، وقد بدء في بعض مشروع تربوي يتمثل في تطبيق تدريس مهارات التفكير لطلبة¹⁸

تنمية مهارات التفكير

إن تعليم مهارات التفكير السليم قد يكون أهم عمل يمكن أن يقوم به معلم أو مدرسة لأسباب كثيرة منها:

- 1- التعليم المباشر لعمليات التفكير يساعد على رفع مستوى الكفاءة التفكيرية للطلاب.
- 2- التعليم المباشر لعمليات ومهارات التفكير اللازمة لفهم موضوع دراسي، يمكن أن يحسن مستوى تحصيل الطالب في هذا الموضوع.
- 3- تعليم مهارات التفكير يعطي الطالب إحساساً بالسيطرة الواعية على تفكيره مما ينعكس على تحسن مستوى التحصيل لديه وشعوره بالثقة في النفس في مواجهة المهمات المدرسية والحياتية.
- 4- تعليم مهارات التفكير هو بمثابة تزويد الفرد بالأدوات التي يحتاجها حتى يتمكن من التعامل بفاعلية مع أي نوع من المعلومات أو المتغيرات التي يأتي بها المستقبل.

¹⁸ - قلبي، خديجة عمار، ملاح التفكير التي يحتاجها طلب المرحلة الثانوية، مصدر سبق

5 - إن تعليم مهارات التفكير والتعليم من أجل التفكير يرفعان من درجة الإثارة والجذب للخبرات الصفية ، ويجعلان دور الطلبة إيجابيا وفاعلا .

ولا يكون تعلم وتنمية التفكير سهلا في البداية، ولكنه بعد التدريب والممارسة يصبح جزءا من مرحلة اللا شعور ، والمجتمعات لا تتقدم إلا بالتفكير، ويقول مفكر ياباني " إن معنم دول العالم تعيش على ثروات تقع تحت أقدامها وتنضب بمرور الزمن، أما نحن فنعيش على ثروة فوق أرجلنا تزداد وتعطي بقدر ما نأخذ منها .

لكي تتطلق عملية التفكير لأبد من وجود الدوافع، والحوافز المشجعة على القيام بالأعمال، والدعم المادي والمعنوي من الآخرين، كما لابد من إتاحة الفرصة لاستثمار ما اكتسبه الفرد من مهارات بالممارسة والتطبيق في وسائل مختلفة و المهارات المتعلقة بالتفكير هي:

مهارات الإعداد النفسي: وتتمثل في:

1. إثارة الرغبة في الموضوع المراد تدريسه، وتعرف بحب الاستطلاع وإثارة التسارلات والتعمق.

2. الثقة بالنفس وقدرتها على التفكير والوصول إلى النتائج.

3. المزم والتصميم، ويتمثلان في: السعي لهدف، وتحديد الوجهة وطريقة العمل والمتابعة المتواصلة الذاتية لذلك، والحرص على النتائج المفيدة.

4. المرونة والانفتاح الذهني وحب التغيير: الإقرار بالخطأ أحيانا، والاستماع إلى وجهة نظر الآخرين (فتأخذ بها أو ترفضها)، واستشارة الآخرين، والاستعداد للمدول عن وجهة النظر ولتغيير الهدف والأسلوب إن لزم الأمر ، والتريث في استخلاص النتائج.

5. الانسجام الفكري، ويتمثل في تجنب التناقض والغموض، وسهولة التواصل مع الآخرين بأفكار مقنعة وواضحة ومفهومة.

مهارات الإدراك الحسي والذاكرة: وتتمثل:

1. توجيه الحواس حسب الهدف والخلفية العلمية أو الفكرية. وهذا يعني التمرس على توجيه الانتباه.
2. الاستماع الواعي والملاحظة الدقيقة وربط ذلك مع الخبرة الذاتية، أي تمحيص الاحساسات والتأكد من خلوها من الوهم والتخيلات.
3. توسيع نطاق الإدراك الحسي بالنظر إلى عدة اتجاهات ومن عدة زوايا.
4. تخزين المعلومات وتذكرها بطريقة منظمة واستكشافية، وإثارة التساؤلات، واستكشاف الأنماط، واستخدام الأمارات الدالة والأشياء المميزة، واللجوء إلى القواعد التي تسهل تذكر الأشياء، ومناقشة الآخرين والتحدث معهم بنية إثارة التذكر لدى الفرد.

مهارات الواقع والمعلومات: وتتمثل:

1. إعادة ترتيب المعلومات المتوفرة: التركيب، التصنيف، اتباع المنهج الملائم.
2. جمع المعلومات واستخراجها من مصادرها، والسؤال عنها، والبحث التجريبي.
3. تمثيل المعلومات بصورة ملائمة، في جدول أو رسم بياني أو مخطط أو صورة.
4. استكشاف الأنماط والعلاقات فيما بين المعلومات، من: ترتيب، وتعاقب، وسبب ومسبب.
5. اكتشاف المعاني، والاشتقاق، والتلخيص، والتخيل للكشف عن المضمون.

مفوقات التفكير وأخطائه: وتتمثل في الأمور الآتية:

الإدراك الحسي: تتمثل مفوقاته في عدم القدرة على رؤية الوضع مثل رؤية الموارد دون المشكلة الحقيقية، وفي رؤية جانب واحد من الموضوع وترك الجوانب الأخرى مثل رؤية حل واحد لا غير، وفي اعتبار جانب من الزمن فقط كالماضي. وينطبق على ذلك كثير من الفروض المسلمة وهي في حقيقة الأمر ليست كذلك. فقد وجد أن الأنماط

الفكرية السائدة في الدماغ تؤثر على طريقة التفكير مما يؤدي إلى صرف الانتباه عن الوضع الصحيح، لذا لا بد من تدريب الانتباه على ذلك.

المعلومات: فتمثل في نقص المعلومات، واستخدام معلومات خاطئة، أو وجود معلومات زائدة عن الحاجة تؤدي إلى الإرباك.

الحالة النفسية لدى الشخص المفكر: فقدان الرغبة في العمل والدراسة، وعدم الاستماع للآخرين والأخذ بآرائهم، وعند أخذ الأمور على علاتها أو كمسلّمات، وعند فقدان الثقة بالنفس والمزم والتصميم والانفتاح الذهني.

أثر البيئة: أي ما يحيط بالطالب من تأثير على طريقة تفكيره من توفير الجو الملائم للتفكير. علاوة على أن التفكير مرتبط بالبيئة الاجتماعية والثقافية والجسدية وبالمثيرات من حوله. فالجو العائلي والمجتمع مثل المدرسة لها تأثير بالغ قد يكون مشجعاً وقد يكون مدمراً.

التففيذ: التفكير عملية شاملة وفاعلة ولكن تنمية مهارات التفكير ببيئة وتحتاج إلى الصبر، وينبغي الحرص على أن تجري بطريقة متكاملة تسهل اكتساب المعرفة والمهارات الأخرى، ويفضل أن يكون ذلك عن طريق العمل الجماعي، وذلك بتنظيم الدارسين في مجموعات صغيرة، وإعطائهم الفرصة لإجراء احتمالات الحل لمشكلة معينة بأنفسهم ليكتسبوا الثقة والجرأة، وممارسة أدوار إدارية وقيادية، ثم التوزيع في المشكلات أو المواقف المعقدة لهم بحيث تتراوح بين ما هو متوفر فيه المعلومات وآخر يحتاج إلى معلومات وآخر يحتاج إلى تجريب وهكذا.

إن مثل هذه الأعمال تقوي النفس وتزهلها للعمل الجاد وتحمل المسؤولية، فالعمل الجماعي يتطلب أن يسهم كل واحد برأيه في استخلاص النتائج، وأن يستمع للآخرين وأن يتجنب الوقوع في الأخطاء أمام زملائه، كما يرفع من مستوى الطلبة الضعاف ويحثهم على التقدم. كما أن المشاريع والتجارب تعني وجود أهداف لا بد من تحقيقها، ولا بد من إنجاز العمل في وقت محدد، وأنهم لا بد أن يحصلوا على الدرجة المناسبة. كما

يساهم الطلاب في اتخاذ القرارات وحل المشاكل وفي تقييم أداء بعضهم بعضاً ثم الاستفادة من ذلك في حياتهم العملية.

كذلك لابد من تأكيد دور المعلمين، والمتمثل في تسهيل عمل الطلاب بالحرص على توجيههم الوجهة الصحيحة، ومراقبة أعمالهم ومتابعتها للحصول على نتائج سليمة. كما يترتب عليه إثارة روح التساؤل فيهم وتشجيعهم على ذلك، وأن يعمل هو بنفسه على استكشاف الخلفية التي لديهم عن طريق الأسئلة، وذلك ليتمكن من البناء عليها. وهذا يعني التفاعل المستمر ما بين الطالب والمعلم، لاسيما عن طريق التغذية الراجعة، كما يمثل المعلم دور المستشار حين الضرورة، ولتحقيق ذلك لابد أن تتوفر لديه روح التدريب، والإشراف والتوجيه وحب العمل، بالإضافة إلى الخلفية المناسبة لذلك

طرائق توظيف لتعليم التفكير

ويمكن للمعلم أن يستفيد في تعليم التفكير من الطرائق الآتية:

المقارنة: وتكون بإبراز أوجه التشابه أو الاختلاف أو العلاقة بين شيئين، أو فكرتين، أو عمليتين، .. إلخ، فقد تكون المقارنة بين شكل متوازي الأضلاع وشكل شبه المنحرف أو بين الأعداد الفردية، والأعداد الأولية، وهناك بعض الألفاظ تدعو إلى اكتشاف الفروق بين رسمين أو صورتين، هذه من شأنها تقوية الملاحظة والتركيز عند المتعلم فكم من متعلم لا يبالي في حل مسألة رياضية يطلب في إيجاد عدد العمال على سبيل المثال ويكون الناتج كسراً أو قيمة سالبة ويستشهد الكاتب بواقعة معه عندما كان مدرساً لمعهد إعداد المعلمين وكان يناقش حل مسألة معينة مع طالب وكانت الآتي:

تغيب 2% من طلاب مدرسة عن الدوام وكان عندهم (300) طالب جد عدد الطلاب الغائبين؟

ليس بالمسألة أي صعوبة وكان النقاش كيف ندرس مثل هذا النموذج من مسائل النسبة وانتدب أحد الطلبة لحل السؤال وكان الحل:

$$\frac{\text{عدد الطلاب الفائزين}}{2} = \frac{\text{العدد الكلي}}{100}$$

إلا أن الطالب دون أن ينتبه قلب المعلومات التي توضع بالنسبة حيث أكمل الحل:

$$\frac{100 \times 300}{2} = \frac{2}{100} \times 15000$$

وعندما وجه إليه السؤال:

المعلم: هل أنت مقتنع في هذا الحل؟

الطالب: هل في الخطوات من خطأ؟ وراح يعيد حساباته واختصاراته وقال لا أجد في الخطوات من خطأ.

المعلم: اترك الخطوات والتأكد من الضرب والقسمة، وإنما أنظر إلى ناتج المسألة؟

الطالب: في صمت وعدم الإجابة.

المعلم: كم عدد طلاب المدرسة؟

الطالب: (300) طالب.

المعلم: وكم عدد الفائزين في المدرسة حسب ما أوجد أنت؟

الطالب: (15000) طالب

وهنا انتبه معظم الطلاب وبدأ قسم منهم يضحك، أن الناتج لا يعقل، وطلب المعلم منهم

أن يذكروا أين المغالطة التي وقع بها الطالب لتظهر هذه النتيجة الغير منطقية.

التلخيص: والمراد به تلخيص موضوع رياضي، أو إبراز الخطوات الرئيسية لحل نماذج

من تمارين رياضية (رسم الدالة مثلاً، إيجاد الدالة مستمرة أم غير مستمرة). واختصار

ذلك إلى ثلث الحجم الأصلي أو رבעه مثلاً. وتتطلب عملية التلخيص فهماً دقيقاً للمادة،

وقدرة على إعادة عرضها، بحيث تسلم أهدافها الرئيسية وأفكارها من الحذف أو

التشويه. والتلخيص مهارة يتطلب إتقانها تدريباً مستمراً بإشراف معلم قدير.

الملاحظة: تُعد الملاحظة أساس المنهجية العلمية، وهي الخطوة الأولى نحو إدراك ماهية الأشياء، أو الأحداث، أو العلاقات، وهي وسيلة مهمة من وسائل دراسة الظواهر الطبيعية، والاجتماعية، والنفسية، وملكة الملاحظة قابلة للتنمية عن طريق التدريب، والملاحظات أنواع منها: السمعي، والبصري، والذهني، ومن أمثلتها: أن يطلب المدرّب (أو المعلم) من طلبته مراقبة عرض تقديمي لاستنتاج مساحة شبه المنحرف من خلال مدته (10 دقائق)، ثم يدونون ما لاحظوه.

التصنيف: يرتبط التصنيف بالمقارنة، ويقوم على أسس ومعايير محددة، ويستخدمه الفرد مستعيناً بحصيلته المعرفية، وخبراته المكتسبة، ويبدأ بخلوات الجمع، والمقارنة، وتحديد جوانب التشابه والاختلاف بين الأشياء التي هي موضوع التصنيف، ولا بد من ملاحظة أساس التصنيف أو معياره في تلك العملية من بدايتها إلى نهايتها، مثل قدرة الطالب على تصنيف الحدوديات.

التفسير: يستخدم الفرد حصيلته المعرفية في تفسير الأشياء والظواهر، والأحداث، ويستفيد في هذا من الملاحظة التي تمكنه من جمع البيانات والمعلومات حول ما يريد تفسيره، وفي ضوء ذلك قد يقوم بصياغة (فرضية) تعبر عن العلاقة أو العلاقات القائمة بين هذه المعلومات والبيانات، وقد يلجأ إلى المقارنة لتجلية أوجه الشبه أو الاختلاف بين هذه العلاقات، فمثلاً يعرف الطالب حل السؤال الآتي:

$$\frac{4}{7} - \frac{3}{7} + \frac{1}{7}$$

ولكن الكثير من الطلبة لا يعرف لماذا جمعنا البسوط دون المقامات، ولكن الذي عنده معلومات ويعرف ماذا يعني الكسر الأول والثاني، ويفسر العملية: ويمثلها مثلاً بتقسيم لوح إلى سبعة أجزاء و أخذنا منه (3) أجزاء أولاً وبعدها أخذنا (1) جزء، نكون قد أخذنا منه (4) أجزاء، ونستطيع أن نمثلها بالرسم: (3) أجزاء مضللة، ثم (1) جزء أقل تضليل، يصبح المجموع (4) أجزاء من أصل (7) أجزاء.

--	--	--	--	--	--	--

ثم تصاغ العملية: عند جمع الكسور ذات المقامات المتساوية يبقى المقام كما هو ونجمع فقط البسول.

النقد: والمقصود هنا النقد البناء الذي يظهر مواطن القوة والضعف في العمل، أو الفكرة التي هي معروضة للنقد والمناقشة، والنقد بهذه المنزلة مهارة مهمة من مهارات التفكير وهو ذو جدوى كبيرة في الوصول إلى الصواب، أو تطوير فكرة أو مشروع ما، لأن النانلر الواحد قد تخفى عليه بعض الزوايا، أو يكون متأثراً ببعض العوامل النفسية التي تدفعه للتحيز، دون أن يشمر مع الفكرة أو ضدها، ونسوق المثال الآتي: معلم سأل عدة أسئلة روتينية لتثبيت مفهوم الطرح، كان منها: (7) طيور على الشجرة أصاب صياد ببندقيته (3) منها فكم طيراً بقى على الشجرة، كانت الإجابة الروتينية على هذا السؤال من أحد الطلبة: $7-3=4$

ولكن طالب آخر اعترض على هذا الحل وقال: لم يبقى شيء على الشجرة لأن البقية تهرب من سماع الإطلاقة، وهذا جواب منطقي جعل المعلم يحسمت قليلاً ولا يدري ماذا يجيب الطالب.

البحث عن افتراضات: يحاول الفرد صياغة فرضيات معينة بشأن بيانات، أو معلومات، أو أفكار، أو وجهات نظر، أو دراسات في مجال ما، وقد يكون الافتراض صحيحاً أو خطأ، والحكم عليه يتم بموجب أدلة أو معلومات تثبته أو تنفيه، فمثلاً: إذا وصلتنا إشارات من الفضاء الخارجي، فقد نفترض أنها صادرة عن كائنات حية تعيش هناك، ولكننا لا نستطيع قبول هذا الافتراض ما لم تثبته الأدلة، وإذا تأخر رب الأسرة عن موعد عودته بعد الظهر فقد نفترض الزوجة أن أحد أصدقائه قد دعاه إلى الغداء، ولا هاتف عنده ليخبرها بذلك، وقد نفترض أنه أصيب بحادث، ولكنها لا نستطيع أن تقبلع بشيء ما لم يقم لديها الدليل.

التخيل: تعد كتابات وقصص الخيال العلمي من أوضاع الأمثلة على أهمية التخيل، حيث يؤدي الخيال القائم على بعض الأسس العلمية وظيفية المحرك الرئيس الذي ينسج الحدث، ويشكل وقائمه، وفي قصص الخيال العلمي نجد تصورات لثقافات عالم المستقبل، كمصنع كبير تديره الحواسيب الآلية، أو اختراع سيارة وقودها الماء، أو

استخلاص عقار من نبات معروف يفيد في علاج مرض مستعص، أو استخدام الرقاقات الإلكترونية في شفاء بعض أنواع الممى. ويجسد التخيل القدرة على الإبداع والابتكار، والخروج عن المألوف، كما أنه يمثل بنية افتراضية عناصرها من نسيج الخيال، ويتطلب تحقيقها جملة من الشروط والعناصر، والعوامل المساعدة، ومعرفة علمية كافية، هذا إذا كانت قابلة للتحقيق ولم تكن من شرود الخيال. ويمكن توثيف ملكة التخيل للارتقاء بمستوى التفكير، والتدريب للمساعدة في زيادة القدرات الإبداعية مثل: الخلاقة، والأصالة، والمرونة، والميل إلى معرفة التفاصيل.

نقل الخبرة من موقف إلى آخر: يتعلم الفرد في ظروف ومواقف معينة مفاهيم، ومبادئ، وحقائق، ويمالج موضوعات ومشكلات عديدة، ويتعرف على ظواهر مختلفة، تشكل كلها مخزونه المعرفي، وليس المقصود من التعلم أن يلجأ الفرد إلى هذا المخزون عندما يمر بظروف ومواقف مماثلة لما مرَّ به فحسب، بل المقصود أيضاً أن يستفيد من ذلك المخزون في مواقف وظروف جديدة. فتعلم الرياضيات في المدرسة - مثلاً - يمكن الفرد من حساب نفقاته الشهرية، أو إعداد الميزانية الخاصة بتجارته، أو استخدام الرياضيات في تطبيقات صناعية، وإذا ذهبنا إلى أبعد من هذا نقول: إن الرياضيات تعلمه أن في الحياة مواقف لا تنفع فيها الموائف ولا يستخدم فيها إلا المنطق والبرهان. فإثبات أن مربع الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين لا يتم إلا بالبرهان، ولا تنفع فيه الموائف أو الوساطات.

وهناك أسئلة يمكن للمعلم إثارتها عند حل المسائل الرياضية يمكن تصنيفها بالطرائق الآتية:

الطريقة 1: هل هناك طريقة أخرى للحل؟ بعد إجابة أي مسألة، والتأكد من حلها، وعدم تغيير أي كلمة أو عدد أو مقدار أو معطى أو مطلوب، يجب على المعلم الذي يريد تحسين وتطويع تفكير طلبته أن يوجه لهم هذا السؤال (هل هناك طريقة أخرى للحل؟ وما هي؟) لكي يجبرهم ويتحداهم في سلك طرق أخرى للإجابة، تكون هذه الطرق الجديدة هي التفكير الإبداعي، يجب عليه أن يسأل، ويعطي الوقت الكافي، وينتظر، وسوف يرى

الطرق الكثيرة التي يفكر بها الطلبة منها الصائب ومنها الخاطئ، ويستطيع المعلم أن يوجه الطلاب لتصحيح الخطأ (تفكير ناقد) في طريقة زميلهم.

الطريقة 2: ماذا لو ... المقصود هنا بعدما تتم إجابة المسألة، يقوم المعلم بتغيير أحد المعطيات في المسألة، أو أحد المقادير، أو الأعداد، أو الكميات، أو أحد الشروط، أو جميعها، أو المطلوب، هنا يجبر الطالب التفكير بطريقة ناقدة من أجل إيجاد الحل المنشود، ويمكن أن نطلب حلاً آخر إذا أمكن، نعود إلى تحسين وتلوين التفكير الإبداعي من جديد.

الطريقة 3: ما الخطأ؟ يقوم المعلم بمرض موقف أو مسألة رياضية يكون فيها خطأ، إما أن يكون خطأ في حقيقة، أو خطأ في مفهوم، أو خطأ في الإجراء، أو خطأ منطقي في عملية استقرائية أو استنتاجية. ثم يطلب المعلم من الطالب كشف الخطأ مع ذكر سببه، وثانياً: يطلب المعلم من الطالب تصحيح هذا الخطأ. عملية كشف الخطأ وتصحيحه تعتبر عملية تفكير ناقد، وإذا تم تصحيح الخطأ بعدة طرق مختلفة فهذا يعني أن هناك تفكيراً إبداعياً.

الطريقة 4: ماذا تفعل؟ ويقصد به أن يعطي المعلم الطالب مسألتين، ويطلب منه أن يقرر بناء على الحل: أي الحلين أفضل، ولماذا؟ هذه الطرائق تؤدي إلى تحسين وتلوين التفكير الإبداعي لدى الطالب.

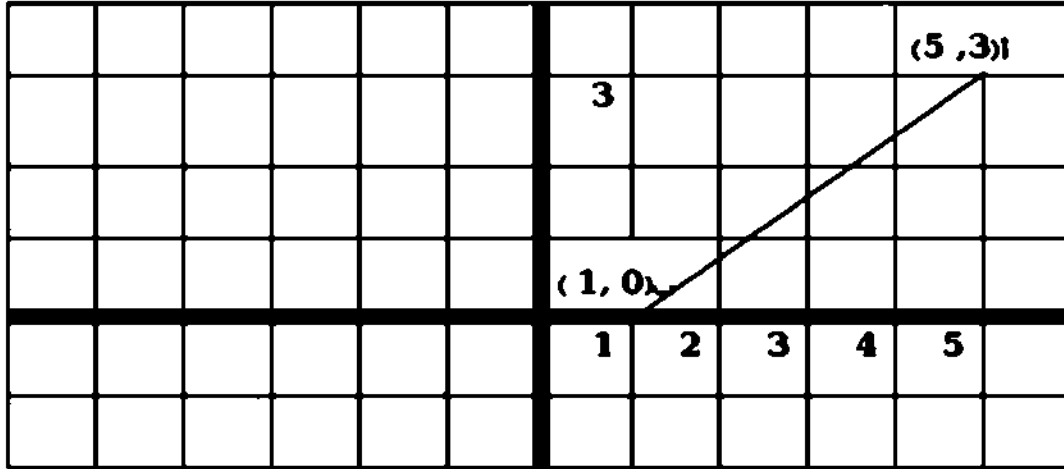
ولنأخذ جانب من نقاش المعلم مع طلبته لتوضيح ما سلف ذكره لحل مسألة معينة:-
المسألة: إذا علمت أن إحداثي النقطة أ (3، 1) وإحداثي النقطة ب (3، 5)، كيف نجد المسافة بين النقطة (أ) والنقطة (ب)؟

المعلم: من يوجد لديه طريقة لحل هذه المسألة، ثم يتأكد من صحة الحل؟
الطالب 1: أستطيع أن أجد المسافة باستخدام القانون المسافة العام الذي درسناه:

$$\sqrt{(3-3)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{0 + 16} = \sqrt{16} = 4 \text{ وحدة مسافة}$$

المعلم: حسناً، من يوجد لديه طريقة أخرى لحل هذه المسألة؟
(إثارة التفكير الإبداعي لدى الطلاب).

المعلم: ماذا يحصل لو غيرنا القلعة كما في الشكل (القلعة مائلة) ويرسمها على المحاور ويثبت الأرقام؟ (تفكير ناقد) .



الطالب 7: نستطيع استخدام الطريقة العامة للمسافة أو البعد، وتصبح عملية رسم القلعة وحساب طولها من خلال المربعات غير مجدية.

المعلم: حسناً، من يوجد لديه طريقة أخرى لحل هذه المسألة؟ (تفكير إبداعي).

الطالب 8: نقوم بإنشاء مثلث قائم الزاوية في النقطة ج عند إحداثي السيني (5)، ثم نجد طول أ ب (الذي يمثل الوتر) بسهولة عن طريق مبرهنة فيثاغورس.

الطالب 9: أني عود نفسي حتى أحفظ القانون باستمرار أقوم (ب طرح السينات ثم أربعه) + (طرح الصادات وأربعه) ثم اجمع وأجذر.

المعلم: هذا ممكن، ولكن اسأل سؤال هل يؤثر طرح (2 - 1) أو (1 - 2)،

طالب: لا يا أستاذ لأن التربيع يلغي الإشارة إذا كان ناتج الطرح بالسالب.

الفصل الثاني

أولاً: تنمية التفكير من خلال التسلية

- أن من الأهداف العامة لتدريس الرياضيات بالمرحلة المتوسطة والوجدانية منها:
- اكتساب قيم إيجابية من مثل: (الدقة التنظيم، المثابرة، الموضوعية في الحكم على المواقف، واحترام الرأي الآخر، وحسن استغلال الوقت)
- تذوق الجمال الرياضي من خلال اكتشاف الأنماط والنماذج وما بها من تناسق.
- تنمية تقدير الذات للكفاءة الرياضية.
- تنمية الثقة بالرياضيات كوسيلة وغاية.
- تكوين ميول واتجاهات إيجابية نحو دراسة الرياضيات.
- تقدير دور العرب والمسلمين وغيرهم في تطوير علم الرياضيات.
- الشعور بالاستمتاع من دراسة الرياضيات وتوثيقها في جوانب ترفيهية مثل الألغاز والمغالطات¹⁹.

أ- التسلية مع المربعات السحرية هي مربعات عددية عدد صفوفها يساوي عدد أعمدتها، وفيها نجد أن مجموع أرقام أي صف يساوي مجموع أرقام أي عمود و يساوي مجموع أرقام أي قطر.

درجة المربع السحري (سعته): هي عدد صفوفه و عدد أعمدته ويرمز لها (3 x 3) مثلاً. وعندما يطلب ملأ مربع سحري هناك من يأخذ احتمالات متعددة ويمسح عدة مرات وقد لا يصل إلى الحل والسؤال الآن هل هناك قاعدة يمكن أن نملأ بها المربع السحري: مثال: هذا المربع مجموع كل من عموده وصفه وقطره يساوي (15) وهو من السعة (3 x 3) والمطلوب وضع به أرقام (9, 1, ..., 8) بدون تكرار.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

لنعرف بعض المصطلحات الخاصة بالمربع السحري:-

• **الثابت السحري** ويرمز له برمز Σ : هو مجموع كل من العمود وصف، والقطر (هنا $\Sigma = 15$)

• **المركز** يرمز له بالرمز M : نحصل عليه بقسمة الثابت على رقم السعة (3 - 3 - 5).
ثم نطبق القاعدة:

$M + 1 - 6$	أقل رقم - 1	$M + 3 - 8$
$M + 2 - 7$	$M - 5$	$M - 2 - 3$
$M - 3 - 2$	أعلى رقم - 9	$M - 1 - 4$

وهناك طريقة أخرى لا تحتاج إلى أي قوانين فقط نضيف مربعات على الشكل (3 x 3) لنفس (المثال المجموع = 15) على بحيث يصبح أقطار من ثلاث مربعات بين سطر وآخر ونكتب تسلسل الأرقام اعتيادي من بداية (الأسفل) كالآتي:

		7		
	8		4	
9		5		1
	6		2	
		3		

الأرقام في المربعات المنقطة تتحرك إلى آخر مربع فارغ في الصف أو في العمود أي ليس بجانبها راقب حركة الأرقام كالآتي:

8	3	4			
1	5	9			
6	7	2			

بعد حذف الزيادات يصبح

	8	3	4		
	1	5	9		
	6	7	2		

مثال 2: أملأ المربع السحري (3 x 3) بأرقام من (1-3) بدون تكرار بحيث يكون مجموع كل قطر وعمود وصف 21

10	3	8
5	7	9
6	11	4

س 1: تكون مربع من الأرقام (3 x 3) من الأرقام (12-4) بدون تكرار ومجموع كل صف وعمود وقطر = 24.

أمثلة لمربعات سحرية من الدرجة الخامسة

مثال 1: كون المربع السحري من الدرجة الخامسة من الأعداد (1,2,3,...,25) بحيث يكون كل صف وعمود وقطر = 65. المبدأ نفسه 65 - 5 = 13

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

س2: حاول أن تكتشف المبدأ الذي من خلاله تترتب الأعداد في الجدول كما في المثال الأول؛

وممكن أن نستخدم الطريقة السابقة برسم مربعات إضافية هنا الأقطار تحتوي خمسة مربعات كما في الشكل الآتي وكتب الأرقام بتسلسل من القطر الأول:

ثم ابدأ بحركة الأرقام في
المربعات المنقطلة كما في
الجدول (3 x 3) الذي
شرحناه سابقا ونبدأ
برقم البعيد أولا وبعدها
مسح المربعات الزيادة
ونحصل على المربع (5 x 5
5) المطلوب كما في
الشكل الآتي:

			21				
		22		16			
	23		17		11		
24		18		12		6	
25		19		13		7	1
	20		14		8		2
		15		9		3	
			10		4		
				5			

23	10	17	4	11
6	18	5	12	24
19	1	13	25	7
2	14	21	8	20
15	22	9	16	3

ب:التسلية مع المربعات بملا الفراغات: يترك عدد فراغ(أو محله ؟) به علاقة بالأعداد في المربع أو المستطيل و المطلوب من الطالب معرفته:

مثال: أوجد الحد المفقود في المربعات الآتية:

الشكل (1)

2	3	9
?	4	8
1	7	6

الشكل (2)

5	9	7
8	7	8
5	2	?

الشكل (3)

2	66	11
4	?	22

الشكل (4)

5	3	12
3	9	18
?	2	20

الشكل (5)

4	9	2
3	?	7
8	1	6

الشكل (6)

5	4	9
4	3	8
?	0	10

الشكل (7)

13	9	22
30	33	?
44	40	4

الشكل (8)

2	9	3
1	?	5
0	1	6

حاول معرفة الأرقام أولاً بنفسك معتمداً على المناطق المظلمة . ثم تأكد من الحل في أدناه:

- الشكل (1) يعتمد بأن مجموع كل سطر يساوي (14) فهو الحد المفقود = 2
 الشكل (2) يعتمد بأن مجموع كل عمود يساوي (18) فهو الحد المفقود = 3
 الشكل (3) يعتمد بأن الرقم المظلل يساوي ضرب الرقمين في صفه = (3) فهو الحد المفقود = 198

- الشكل (4) يعتمد بأن تقسم الرقم الأول على الثاني ونزيد (1) فهو الحد المفقود = 11
 الشكل (5) يعتمد بأن مجموع كل عمود وصف وقطر يساوي (15) فهو الحد المفقود = 5
 الشكل (6) يعتمد بأن مجموع الرقمين من كل عمود مطروح منه (7) فهو الحد المفقود = 2
 الشكل (7) يعتمد بأن رقم التمر المظلل يساوي مجموع الرقمين في صفه فهو الحد المفقود = 3
 الشكل (8) يعتمد بأن رقم العمود المظلل يساوي الرقم الأول في صفه مرفوع لرقم الثاني فهو الحد المفقود = 5

س: جد الحد المفقود في السلاسل الآتية:

- سلسلة (1): 3, 12, 6, 24, 12, ----, 24
 سلسلة (2): 3, 5, 15, 51, ---, 159, 161
 سلسلة (3): 64, 32, 16, 8, -----, 2, 1
 سلسلة (4): 2, 4, 16, ----, 65536
 سلسلة (5): 81, 9, 64, 8, 16, ----, 100, 10

ثانياً: تسلم مع الإعداد

1 - العدد يظهر نفسه:

- لاحظ هذه الأعداد التنازلية مثل (987) ونضيف لها العدد (111) ومضاعفاته

يظهر دائما العدد (1089):

$$\begin{array}{rcl} 987 + 111 & = & 1098 \\ 876 + 222 & = & 1098 \\ 765 + 333 & = & 1098 \\ 654 + 444 & = & 1098 \end{array} \quad \& \quad \begin{array}{rcl} 543 + 555 & = & 1089 \\ 432 + 666 & = & 1089 \\ 321 + 777 & = & 1089 \\ 210 + 888 & = & 1089 \end{array}$$

- مرة أخرى مع العدد (1089):

- اكتب عدداً مكون من ثلاثة أرقام (ليست كلها متشابهة)، ثم اعكسها، جد ناتج طرح العدد الصغير من الكبير.

- أعكس هذا الناتج، ثم جد مجموع الناتج مع معكوسه يظهر لك

العدد (1089) دائما.

مثال 1: نأخذ العدد (345) ونطرح منه معكوسه أي $543 - 345 = 198$

مجموع الناتج الطرح و معكوسه أي $198 + 891 = 1089$

مثال 2: نأخذ العدد (971) ونطرح منه معكوسه أي $971 - 179 = 792$

مجموع الناتج الطرح و معكوسه أي $297 + 792 = 1089$

مثال 3: نأخذ العدد (109) ونطرح منه معكوسه أي $901 - 109 = 792$

مجموع الناتج الطرح و معكوسه أي $297 + 792 = 1089$

مثال 4: نأخذ العدد (112) ونطرح منه معكوسه أي $211 - 112 = 099$

مجموع الناتج الطرح و معكوسه أي $099 + 990 = 1089$

مثال 5: نأخذ العدد (367) ونطرح منه معكوسه أي $763 - 367 = 396$

مجموع الناتج الطرح و معكوسه أي $369 + 693 = 1089$

نتركك لتجرب أي أرقام أنت تختارها وتسلمي مع الرياضيات

- خذ أي ثلاثة أرقام من (9 - 1) وكون منها مجموعة مثلا نأخذ { 3, 2, 1 } ثم جد

مجموعها واستخرج كل المجموعات الجزئية منها المكونة من عنصرين ثم جد

مجموعها ثم قسم المجموع الثاني على المجموع الأول يظهر دائما الجواب يساوي (22) وإليك مثال توضيحياً:

نختار المجموعة { 3,2,1 } ومجموعها (1+2+3=6)، ومجموع المجموعات الثانية الجزئية لها:

$$132 \quad \& \quad - 6 - 22$$

$$32+23+31+13+21+12=132$$

نختار المجموعة { 7,6,5 } ومجموعها (7+6+5=18)، ومجموع المجموعات الثانية الجزئية لها:

$$76+67+75+57+65+56=396 \quad \& \quad 396-18=22$$

نختار المجموعة { 1,6,4 } ومجموعها (1+6+4=11)، ومجموع المجموعات الثانية الجزئية لها:

$$16+61+14+41+64+46=242 \quad \& \quad 242-11=22$$

نختار المجموعة { 8,0,1 } ومجموعها (8+0+1=9)، ومجموع المجموعات الثانية الجزئية لها:

$$80+08+81+18+01+10=198 \quad \& \quad 198-9=22$$

نختار المجموعة { 1,5,2 } ومجموعها (1+5+2=8)، ومجموع المجموعات الثانية الجزئية لها:

$$15+51+12+21+52+25=176 \quad \& \quad 176-8=22$$

نتركك لتجرب أي أرقام أنت تختارها وتسلّي مع الرياضيات

• اختر أي عدد من (3) مراتب مكرر وقسمه على مجموع مراتبه يكون الناتج دائماً (37):

111 - 3 = 37	مثال 1: نأخذ العدد (111) مجموع مراتبه (3) ويكون
222 - 6 = 37	مثال 2: نأخذ العدد (222) مجموع مراتبه (6) ويكون
333 - 9 = 37	مثال 3: نأخذ العدد (333) مجموع مراتبه (9) ويكون
444 - 12 = 37	مثال 4: نأخذ العدد (444) مجموع مراتبه (12) ويكون
555 - 15 = 37	مثال 5: نأخذ العدد (555) مجموع مراتبه (15) ويكون

نتركك لتجرب بقية الأعداد وتسلق مع الرياضيات

- اختر عدد مكون من مرتبتين عشريتين ثم أضربه $\times (2)$ ثم $+(14)$ وناتج $(2+)$ ثم أطلع من الناتج النهائي العدد الذي اخترته سيكون الناتج دائما مهما أخذت من أعداد يساوي (7).

مثال: نأخذ العدد (27): وقم بالخطوات للذكر:

$$27 \times 2 = 54 \quad * \quad 54 + 14 = 68 \quad * \quad 68 - 2 = 34 \quad * \quad 34 - 27 = 7$$

مثال: نأخذ العدد (25): وقم بالخطوات للذكر:

$$25 \times 2 = 50 \quad * \quad 50 + 14 = 64 \quad * \quad 64 - 2 = 32 \quad * \quad 32 - 25 = 7$$

مثال: نأخذ العدد (12): وقم بالخطوات للذكر:

$$12 \times 2 = 24 \quad * \quad 24 + 14 = 38 \quad * \quad 38 - 2 = 19 \quad * \quad 19 - 12 = 7$$

مثال: نأخذ العدد (88): وقم بالخطوات للذكر:

$$88 \times 2 = 176 \quad * \quad 176 + 14 = 190 \quad * \quad 190 - 2 = 95 \quad * \quad 95 - 88 = 7$$

مثال: نأخذ العدد (10): وقم بالخطوات للذكر:

$$10 \times 2 = 20 \quad * \quad 20 + 14 = 34 \quad * \quad 34 - 2 = 17 \quad * \quad 17 - 10 = 7$$

نتركك لتجرب أي أرقام أنت تختارها وتسلق مع الرياضيات

س: هل نستطيع برهنة ذلك رياضيا؟

2- الناتج أعداد مكررة

- إذا ضربنا العدد (11) في الأعداد من (9-1) يظهر الناتج من مرتبتين مكررة:

$$11 \times 1 = 11$$

$$11 \times 2 = 22$$

$$11 \times 3 = 33$$

$$11 \times 4 = 44$$

$$11 \times 5 = 55$$

$$11 \times 6 = 66$$

$$11 \times 7 = 77$$

$$11 \times 8 = 88$$

$$11 \times 9 = 99$$

- إذا ضربنا العدد (37) في (3) ومضاعفاتها (لحد 27) يظهر الناتج من ثلاث

مراتب مكررة:

$$37 \times 3 = 111$$

$$37 \times 6 = 222$$

$$37 \times 9 = 333$$

$$37 \times 12 = 444$$

$$37 \times 15 = 555$$

$$37 \times 18 = 666$$

$$37 \times 21 = 777$$

$$37 \times 24 = 888$$

$$37 \times 27 = 999$$

من: حاول أن تكتب هذه الأمثلة بصيغة أخرى بحيث تحافظ على تسلسل النواتج.

- إذا ضربنا العدد (37037) في (3) ومضاعفاتها (لحد 27) يظهر الناتج من ست

مراتب مكررة:

$$37037 \times 3 = 111111$$

$$37037 \times 6 = 222222$$

$$37037 \times 9 = 333333$$

$$37037 \times 12 = 444444$$

$$37037 \times 15 = 555555$$

$$37037 \times 18 = 666666$$

$$37037 \times 21 = 777777$$

$$37037 \times 24 = 888888$$

$$37037 \times 27 = 999999$$

- كذلك لو ضربنا العدد (15873) في العدد (7) ومضاعفاتها (لحد 9

مضاعفات) ستجد أن الناتج يظهر الناتج من ست مراتب مكررة:

$$15873 \times 7 = 111111$$

$$15873 \times 14 = 222222$$

$$15873 \times 21 = 333333$$

$$15873 \times 28 = 444444$$

$$15873 \times 35 = 555555$$

$$15873 \times 42 = 666666$$

$$15873 \times 49 = 777777$$

$$15873 \times 56 = 888888$$

$$15873 \times 63 = 999999$$

- إذا ضربت العدد (37037037) في الرقم (3) ومضاعفاتها (لحد 9 أضعاف) ستجد أن الناتج من تسع مراتب مكررة:

$$\begin{aligned}37037037 \times 3 &= 111111111 \\37037037 \times 6 &= 222222222 \\37037037 \times 9 &= 333333333 \\37037037 \times 12 &= 444444444 \\37037037 \times 15 &= 555555555 \\37037037 \times 18 &= 666666666 \\37037037 \times 21 &= 777777777 \\37037037 \times 24 &= 888888888 \\37037037 \times 27 &= 999999999\end{aligned}$$

- كذلك إذا ضربت العدد (123456789) في الرقم (9) ومضاعفاتها (لحد 9 أضعاف) ستجد أن الناتج من تسع مراتب مكررة:

$$\begin{aligned}123456789 \times 9 &= 111111111 \\123456789 \times 18 &= 222222222 \\123456789 \times 27 &= 333333333 \\123456789 \times 36 &= 444444444 \\123456789 \times 45 &= 555555555 \\123456789 \times 54 &= 666666666 \\123456789 \times 63 &= 777777777 \\123456789 \times 72 &= 888888888 \\123456789 \times 81 &= 999999999\end{aligned}$$

س: ماذا لو عكسنا ترتيب الأرقام أي ضرب العدد (987654321) في الرقم (9) ماذا يكون الناتج؟ جرب بالحاسبة وسجل نتائجك وساهم في اكتشاف أسرار الرياضيات وتسلي معها.

3 - الناتج أعداد مكررة مرتين

- لو ضربنا العدد (101) في 2 ومضاعفاتها (أو في 3 ومضاعفاتها) نحصل على ناتج (من مرتبتين) مكرر مرتين:

$101 \times 2 = 0202$	$101 \times 3 = 0303$
$101 \times 4 = 0404$	$101 \times 6 = 0303$
$101 \times 6 = 0606$	$101 \times 9 = 0303$
$101 \times 8 = 0808$	$101 \times 12 = 0303$
$101 \times 10 = 1010$	$101 \times 15 = 0303$
$101 \times 12 = 1212$	$101 \times 18 = 0303$
$101 \times 14 = 1414$	$101 \times 21 = 0303$
$101 \times 16 = 1616$	$101 \times 24 = 0303$
$101 \times 18 = 1818$	$101 \times 27 = 0303$
$101 \times 20 = 2020$	$101 \times 30 = 0303$

• كذلك لو ضربنا العدد (202) في 2 ومضاعفاتها (أو في 3 ومضاعفاتها) نحصل

على ناتج (من مرتبتين) مكرر مرتين:

$202 \times 2 = 0404$	$202 \times 3 = 0606$
$202 \times 4 = 0404$	$202 \times 6 = 0606$
$202 \times 6 = 0404$	$202 \times 9 = 0606$
$202 \times 8 = 0404$	$202 \times 12 = 0606$
$202 \times 10 = 0404$	$202 \times 15 = 0606$
$202 \times 12 = 0404$	$202 \times 18 = 0606$
$202 \times 14 = 0404$	$202 \times 21 = 0606$
$202 \times 16 = 0404$	$202 \times 24 = 0606$
$202 \times 20 = 0404$	$202 \times 27 = 0606$
$202 \times 22 = 0404$	$202 \times 30 = 0606$

س7: هل تعتقد توجد مثل هذه الأعداد ضربت في 2 ومضاعفاتها (أو في 3

ومضاعفاتها) نحصل على ناتج (من مرتبتين) مكرر مرتين (لحد 9 أضعاف):

• لو ضربنا العدد (33033) في 2 ومضاعفاتها نحصل على ناتج (من ثلاث مراتب)

$33033 \times 2 = 066066$	مكرر مرتين:
$33033 \times 4 = 132132$	
$33033 \times 6 = 198198$	
$33033 \times 8 = 264264$	
$33033 \times 10 = 330330$	
$33033 \times 12 = 369369$	
$33033 \times 14 = 462462$	
$33033 \times 16 = 528528$	
$33033 \times 18 = 594594$	
$33033 \times 20 = 660660$	

وهكذا.....

- كذلك إذا ضربنا العدد (37037) في 2 ومضاعفاتها نحصل على ناتج (من ثلاث مراتب) مكرر مرتين:

$$\begin{aligned}37037 \times 2 &= 074074 \\37037 \times 4 &= 184184 \\37037 \times 6 &= 222222 \\37037 \times 8 &= 296296 \\37037 \times 10 &= 370370 \\37037 \times 12 &= 444444 \\37037 \times 14 &= 518518 \\37037 \times 16 &= 592592 \\37037 \times 18 &= 666666 \\37037 \times 20 &= 740740 \\37037 \times 22 &= 814814\end{aligned}$$

ومكذا.....

- كذلك لو ضربنا العدد (33033) في 3 ومضاعفاتها نحصل على ناتج (من ثلاث مراتب) مكرر مرتين:

$$\begin{aligned}33033 \times 3 &= 066066 \\33033 \times 6 &= 132132 \\33033 \times 9 &= 198198 \\33033 \times 12 &= 264264 \\33033 \times 15 &= 330330 \\33033 \times 18 &= 369369 \\33033 \times 21 &= 462462 \\33033 \times 24 &= 528528 \\33033 \times 27 &= 594594 \\33033 \times 30 &= 660660\end{aligned}$$

ومكذا.....

ونحاول أن نطلب من الطالب تكوين مثل هذه الترتيبات بالمحاولات فلو جربنا مثلاً العدد (2202) لو ضرب $\times 2$ ومضاعفاتها أو $\times 3$ ومضاعفاتها:

$$\begin{aligned}
 22022 \times 2 &= 044044 \\
 22022 \times 4 &= 088088 \\
 22022 \times 6 &= 132132 \\
 22022 \times 8 &= 167167 \\
 22022 \times 10 &= 220220 \\
 22022 \times 12 &= 264264 \\
 22022 \times 14 &= 308308 \\
 22022 \times 16 &= 352352 \\
 22022 \times 18 &= 396396 \\
 22022 \times 20 &= 440440
 \end{aligned}$$

ومكذا

$$\begin{aligned}
 22022 \times 3 &= 066066 \\
 22022 \times 6 &= 132132 \\
 22022 \times 9 &= 189189 \\
 22022 \times 12 &= 264264 \\
 22022 \times 15 &= 330330 \\
 22022 \times 18 &= 369369 \\
 22022 \times 21 &= 462462 \\
 22022 \times 24 &= 528528 \\
 22022 \times 27 &= 594594 \\
 22022 \times 30 &= 660660
 \end{aligned}$$

ومكذا

سرع: حاول أن تجد على الأقل عددين بهذه الخاصية.

- إذ ضربنا العدد (33033033) في (3) ومضاعفاتها أو في (2) ومضاعفاتها نحصل على ناتج مكون من (ثلاث مراتب) مكرر ثلاثة مرات لحد عشرة أضعاف:

$$\begin{aligned}
 33033033 \times 2 &= 066066066 \\
 33033033 \times 4 &= 132132132 \\
 33033033 \times 6 &= 297297297 \\
 33033033 \times 8 &= 198198198 \\
 33033033 \times 10 &= 330330330 \\
 33033033 \times 12 &= 369369369 \\
 33033033 \times 14 &= 462462462 \\
 33033033 \times 16 &= 528528528 \\
 33033033 \times 18 &= 594594594 \\
 33033033 \times 20 &= 660660660
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 33033033 \times 3 &= 099099099 \\
 33033033 \times 6 &= 198198198 \\
 33033033 \times 9 &= 297297297 \\
 33033033 \times 12 &= 396396396 \\
 33033033 \times 15 &= 495495495 \\
 33033033 \times 18 &= 594594594 \\
 33033033 \times 21 &= 693693693 \\
 33033033 \times 24 &= 792792792 \\
 33033033 \times 27 &= 891891891 \\
 33033033 \times 30 &= 990990990
 \end{aligned}$$

- كذلك إذ ضربنا العدد (33033033) في (3) ومضاعفاتها أو في (2) ومضاعفاتها نحصل على ناتج مكون من (ثلاث مراتب) مكرر ثلاثة مرات لحد عشرة أضعاف:

22022022 x 2 = 066066066	22022022 x 3 = 099099099
22022022 x 4 = 132132132	22022022 x 6 = 198198198
22022022 x 6 = 297297297	22022022 x 9 = 297297297
22022022 x 8 = 198198198	22022022 x 12 = 396396396
22022022 x 10 = 330330330	22022022 x 15 = 495495495
22022022 x 12 = 369369369	22022022 x 18 = 594594594
22022022 x 14 = 462462462	22022022 x 21 = 693693693
22022022 x 16 = 528528528	22022022 x 24 = 792792792
22022022 x 18 = 594594594	22022022 x 27 = 891891891
22022022 x 20 = 660660660	22022022 x 30 = 990990990

س: هل يوجد عدد آخر لو ضرب في (3) ومضاعفاتها أو في (2) ومضاعفاتها نحصل على ناتج مكون من (ثلاث مراتب) مكرر ثلاثة مرات لحد عشرة أضعاف:

4- الناتج أعداد مكررة بترتيب معين

- إذا ضربت العدد (3737) في (3) ومضاعفاتها نحصل على تسلسل عجيب:

3737 x 3 = 11211
3737 x 6 = 22422
3737 x 9 = 33633
3737 x 12 = 44844
3737 x 15 = 56055
3737 x 18 = 67266
3737 x 21 = 78477
3737 x 24 = 89688
3737 x 27 = 100899
3737 x 30 = 112110
3737 x 33 = 123321

- إذا ضربت العدد (337) في العدد (3) يظهر الناتج بتسلسل جميل:

337 x 3 = 1011
337 x 6 = 2022
337 x 9 = 3033
337 x 12 = 4044
337 x 15 = 5055
337 x 18 = 6066
337 x 21 = 7077
337 x 24 = 8088
337 x 27 = 9099

- إذا ضربنا العدد (3037) في 3 ومضاعفاتها نحصل على جواب ذا تسلسل معين
رقم مكرر من ثلاث مراتب والأرقام الأخرى مضاعفات العدد 9 بقدر الرقم
المتكرر أي إذا ظهر العدد (111) أي 1 في 9 وإذا في 2 (222) $9 \times 2 = 18$ وهكذا

$$\begin{aligned} 3037 \times 3 &= 9111 \\ 3037 \times 6 &= 18222 \\ 3037 \times 9 &= 27333 \\ 3037 \times 12 &= 36444 \\ 3037 \times 15 &= 45555 \\ 3037 \times 18 &= 54666 \\ 3037 \times 21 &= 63777 \\ 3037 \times 24 &= 72888 \\ 3037 \times 27 &= 81999 \end{aligned}$$

5 - مواضيع متفرقة

- ♦ خذ عدد ثلاثي مثلاً (765) وكرره ليصبح (765765) ستلاحظ أنه يقبل القسمة

على ثلاثة أعداد هي (7، 11، 13) دائماً وبدون باقي:

$$765765 \div 7 = 109395 \quad \text{حيث العدد}$$

$$765765 \div 11 = 109395 \quad \text{حيث العدد}$$

$$765765 \div 13 = 109395 \quad \text{حيث العدد}$$

مثال آخر العدد (123) نكرره ليصبح 123123 ونقسم:

$$123123 \div 7 = 17589$$

$$123123 \div 11 = 11193$$

$$123123 \div 13 = 9471$$

مثال آخر العدد (345) نكرره ليصبح 345345 ونقسم:

$$345345 \div 7 = 49335$$

$$345345 \div 11 = 31395$$

$$345345 \div 13 = 26565$$

جرب أي أعداد أخرى وتسلّى مع الرياضيات

لاحظ لو ضربنا الأعداد الثلاثة (7, 11, 13)، يكون الناتج: $7 \times 11 \times 13 = 1001$
ولو ضربنا نفس المطلب السابق بأخذ عدد ثلاثي مثلاً (765) وكرره ليصبح (765765)
ستلاحظ أنه يقبل القسمة على (1001) دائماً و يرجع نفس العدد المختار لاحظ:

$$765765 - 1001 = 765$$

$$345345 - 1001 = 345$$

س 10 : هل تستطيع إثبات ذلك رياضياً؟

♦ - لو تأخذ أي ثلاثة أعداد متتالية سيكون مجموعها نفس العدد الذي في الوسط $3 \times$

مثال 1 : خذ الأعداد (5, 6, 7) مجموعها 18 ولو أخذت مباشر $6 \times 3 = 18$

مثال 2 : خذ الأعداد (7, 8, 9) مجموعها 24 ولو أخذت مباشر $8 \times 3 = 24$

جرب أي أعداد تختارها بنفسك.

س 11 : هل تستطيع إثبات ذلك رياضياً؟

♦ لو تأخذ أي ثلاثة أعداد متتالية و تضرب الأول في الثاني ثم اضرب الثاني في الثالث اوجد الفرق بين حاصل الضرب في الحالتين تجده دائماً ضعف الرقم الثاني

مثال 1 : خذ الأعداد (16, 17, 18):

$$16 \times 17 = 272$$

$$17 \times 18 = 306$$

الفرق في الحالتين $306 - 272 = 34$ وهي ضعف العدد الثاني

مثال 2 : خذ الأعداد (7, 8, 9):

$$7 \times 8 = 56$$

$$8 \times 9 = 72$$

وهو ضعف العدد الثاني $72 - 56 = 16$

جرب أي أعداد أخرى و تسلّى مع الرياضيات

س12: هل تستطيع إثبات ذلك رياضياً؟

♦ لو نأخذ أي ثلاثة أعداد متتالية (زوجية أو فردية) وقمنا بنفس الخطوات بأن نضرب الأول في الثاني ثم اضرب الثاني في الثالث ونجد الفرق بين حاصل الضرب في الحالتين ما علاقة الناتج بالعدد الثاني لنجرب:

مثال 1: خذ الأعداد (12,14,16):

$$12 \times 14 = 168$$

$$14 \times 16 = 224$$

الفرق في الحالتين $224 - 168 = 56$ وهو أربعة أضعاف العدد الثاني

مثال 2: خذ الأعداد (7,9,11):

$$7 \times 9 = 63$$

$$9 \times 11 = 99$$

$99 - 63 = 36$ وهو أربعة أضعاف العدد الثاني

س13: هل تستطيع إثبات ذلك رياضياً؟

♦ إذا جمعنا أي عدد (من مرتبتين) مع مكمسه فإننا نحصل على عدد يقبل القسمة على (11)

مثال 1: خذ العدد (12):

$$12 + 21 = 33$$

$$33 - 11 = 3$$

مثال 2: خذ العدد (25):

$$25 + 52 = 77$$

$$77 - 11 = 7$$

مثال 3: خذ العدد (02):

$$\begin{array}{rcl} 02 + 20 & = & 22 \\ 22 - 11 & = & 2 \end{array}$$

س14: هل تستطيع إثبات ذلك رياضياً ؟

♦ اختر أي عدد مكون من رقمين ثم خذ مكموسه وتطرحه من العدد الأصلي (الكبير - الصغير) ستلاحظ أن ناتج الطرح من مضاعفات العدد 9:

مثال 1: لو أخذنا العدد (95) :

$$\begin{array}{rcl} 95 - 59 & = & 36 \\ 36 - 9 & = & 4 \end{array}$$

مثال 2: لو أخذنا العدد (73) :

$$\begin{array}{rcl} 73 - 37 & = & 36 \\ 36 - 9 & = & 4 \end{array}$$

مثال 3: لو أخذنا العدد (02) :

$$\begin{array}{rcl} 20 - 02 & = & 18 \\ 18 - 9 & = & 2 \end{array}$$

وهكذا لو جربت أي أعداد أخرى بنفسك وتسلّى مع الرياضيات

س15: هل تستطيع إثبات ذلك رياضياً ؟

♦ والشئ نفسه إذا أخذنا عدد من ثلاثة مراتب وقمنا بنفس الخطوات يكون ناتج الطرح من مضاعفات العدد 9:

مثال 1: لو أخذنا العدد (915) :

$$\begin{array}{rcl} 915 - 519 & = & 432 \\ 432 - 9 & = & 48 \end{array}$$

مثال 2: لو أخذنا العدد (703) :

$$\begin{array}{rcl} 703 - 307 & = & 396 \\ 396 - 9 & = & 44 \end{array}$$

مثال 3: لو أخذنا العدد (200): $200 - 002 = 198$

$$198 - 9 = 22$$

وهكذا لو جريت أي أعداد أخرى بنفسك وتسلّى مع الرياضيات.

س 16: هل تستطيع إثبات ذلك رياضياً ؟

♦ لو طرحنا مجموع أرقام أي عدد من ذلك العدد فالناتج يقبل القسمة على 9
أولاً: إذا كان من مرتبة والحدّة فطرح العدد من نفسه يساوي صفر وهو يقبل القسمة على (9)

ثانياً: إذا كان مكون من مرتبتين وعند طرح منه مجموع مراتبه فإن ناتج الطرح يقبل القسمة على (9) والجواب دائماً نفس رقم المشرات:

مثال 1: نأخذ العدد من مرتبتين (79) مثلاً مجموع أرقامه يساوي (16) وعند الطرح:

$$79 - 16 = 63 \quad \& \quad 63 - 9 = 7$$

مثال 2: نأخذ العدد من مرتبتين (19) مثلاً مجموع أرقامه يساوي (10) وعند الطرح:

$$19 - 10 = 9 \quad \& \quad 9 - 9 = 0$$

مثال 3: نأخذ العدد من مرتبتين (70) مثلاً مجموع أرقامه يساوي (7) وعند الطرح:

$$70 - 7 = 63 \quad \& \quad 63 - 9 = 7$$

وهكذا لو جريت أي أعداد أخرى بنفسك وتسلّى مع الرياضيات.

س 17: هل تستطيع إثبات ذلك رياضياً ؟

ثالثاً: إذا كان مكون من ثلاث مراتب وعند طرح منه مجموع مراتبه فإن ناتج الطرح يقبل القسمة على (9):

مثال 1: نأخذ العدد من ثلاث مراتب (791) مثلاً مجموع أرقامه يساوي (17) وعند

$$791 - 17 = 774 \quad \& \quad 774 - 9 = 86$$

مثال 2: نأخذ العدد من ثلاث مراتب (190) مثلا مجموع أرقامه يساوي (10) وعند
المرح: $180 - 9 = 20$ & $190 - 10 = 180$

مثال 3: نأخذ العدد من ثلاث مراتب (700) مثلا مجموع أرقامه يساوي (7) وعند
المرح: $693 - 9 = 77$ & $700 - 7 = 693$

وهكذا لو جربت أي أعداد أخرى بنفسك وتسلّى مع الرياضيات.

س 18: هل تستطيع إثبات ذلك رياضيا ؟

س 20: كيف تجمع ثمان ثمانيات حتى يكون الناتج (1000)

س 21: كيف تجمع تسع ثمانيات حتى يكون الناتج (9000)

س 22: كيف تجمع أربع تسعات حتى يكون الناتج (100)

س 23: كيف يمكن وقوف تسعة أشخاص في ست صفوف (أو أعمدة) بحيث كل صف
فيه 3 أشخاص

س 24: كيف يمكن وقوف تسعة أشخاص في ثلاث صفوف بحيث كل صف فيه 4
أشخاص

س 25: كيف يمكن وقوف (12) شخص في (6) صفوف بحيث كل صف فيه 3
أشخاص

س 26: كيف تحصل على ناتج (100) باستخدام (6) أرقام متساوية واستخدام
المعاملات والرموز الرياضية الممكنة، و المطلوب (10) حالات:

العدد دوري

ينتج العدد الدوري من قسمة عدد على عدد بحيث القسمة لا تنتهي:

مثال عند قسمة $1 - 3 = 0.333333333333...$ ويكتب اختصارا بوضع خط
فوق العدد أو الأعداد المتكررة يوما 0.3 وسنركز على الأعداد الدورية التي تترتب
بشكل جميل متسلسل

1- {أعداد دورية من مرتبة واحدة}:

عند قسمة الأعداد من (8 - 1) على العدد (9) تظهر أعداد دورية مكررة من مرتبة واحدة نفس الرقم المقسوم:

$$1 \div 9 = 0.111\overline{111111}... = 0.1$$

$$2 \div 9 = 0.222\overline{222222}... = 0.2$$

$$3 \div 9 = 0.333\overline{333333}... = 0.3$$

$$4 \div 9 = 0.444\overline{444444}... = 0.4$$

$$5 \div 9 = 0.555\overline{555555}... = 0.5$$

$$6 \div 9 = 0.666\overline{666666}... = 0.6$$

$$7 \div 9 = 0.777\overline{777777}... = 0.7$$

$$8 \div 9 = 0.888\overline{888888}... = 0.8$$

2- {أعداد دورية من مرتبتين}:

عند قسمة الأعداد من (10-1) على العدد (11) تظهر أعداد دورية مكررة من مرتبتين مرتبة الأحاد يتزايد والعشرات تتناقص وكلها من مضاعفات العدد (9):

$$1 \div 11 = 0.0909090909\overline{09}.. = 0.09$$

$$2 \div 11 = 0.1818181818\overline{18}.. = 0.18$$

$$3 \div 11 = 0.2727272727\overline{27}.. = 0.27$$

$$4 \div 11 = 0.3636363636\overline{36}.. = 0.36$$

$$5 \div 11 = 0.4545454545\overline{45}.. = 0.45$$

$$6 \div 11 = 0.5454545454\overline{54}.. = 0.54$$

$$7 \div 11 = 0.6363636363\overline{63}.. = 0.63$$

$$8 \div 11 = 0.7272727272\overline{72}.. = 0.72$$

$$9 \div 11 = 0.8181818181\overline{81}.. = 0.81$$

$$10 \div 11 = 0.9090909090\overline{90}.. = 0.90$$

3 - {أعداد دورية من ثلاث مراتب} :

عند قسمة الأعداد من (36-1) على العدد (37) تظهر أعداد دورية مكررة من ثلاث مراتب كلها من مضاعفات العدد (9) :

$$1 - 37 = 0.027027027027\overline{027}.. = 0.027$$

$$2 - 37 = 0.054054054054\overline{054}.. = 0.054$$

$$3 - 37 = 0.081081081081\overline{081}.. = 0.081$$

$$4 - 37 = 0.108108108108\overline{108}.. = 0.108$$

$$5 - 37 = 0.153153153153\overline{153}.. = 0.153$$

$$6 - 37 = 0.162162162162\overline{162}.. = 0.162$$

$$7 - 37 = 0.189189189189\overline{189}.. = 0.189$$

$$8 - 37 = 0.216216216216\overline{216}.. = 0.216$$

$$9 - 37 = 0.243243243243\overline{243}.. = 0.243$$

$$10 - 37 = 0.270270270270\overline{270}.. = 0.270$$

$$36 - 37 = 0.972972972972\overline{972}.. = 0.972 \text{ وهكذا إلى العدد (972)}$$

4 - {أعداد دورية من أربعة مراتب مرتب} :

عند قسمة الأعداد من (100-1) على العدد (101) تظهر أعداد دورية مكررة من أربعة ذي تسلسل جميل :

$$1 - 101 = 0.0099009900\overline{99}.. = 0.0099$$

$$2 - 101 = 0.0198019801\overline{98}.. = 0.0198$$

$$3 - 101 = 0.0297029702\overline{97}.. = 0.0297$$

$$4 - 101 = 0.0396039603\overline{96}.. = 0.0396$$

$$5 - 101 = 0.0495049504\overline{95}.. = 0.0495$$

$$6 - 101 = 0.0594059405\overline{94}.. = 0.0594$$

$$7 - 101 = 0.0693069306\overline{93}.. = 0.0693$$

$$8 - 101 = 0.0792079207\overline{92}.. = 0.0792$$

$$9 - 101 = 0.0891089108\overline{91}.. = 0.0891$$

$$10 - 101 = 0.0990099009\overline{90}.. = 0.0990$$

$$11 - 101 = 0.1089108910\overline{89}.. = 0.1089$$

$$11 - 101 = 0.990099009900\overline{00}.. = 0.9900 \text{ وهكذا إلى العدد (9900)}$$

4 - {أعداد دورية من خمسة مراتب مرتب} :

عند قسمة الأعداد من (1-40) على العدد (41) تظهر أعداد دورية مكررة من خمسة
كلها تقبل القسمة على العدد (9):

$$\begin{aligned} 1 - 41 &= 0. \overline{0243902439}.. = 0. 02439 \\ 2 - 41 &= 0. \overline{0487804878}.. = 0. 04878 \\ 3 - 41 &= 0. \overline{0731707317}.. = 0. 07317 \\ 4 - 41 &= 0. \overline{0975609756}.. = 0. 09756 \\ 5 - 41 &= 0. \overline{1219512195}.. = 0. 12195 \\ 6 - 41 &= 0. \overline{1463414634}.. = 0. 14634 \\ 7 - 41 &= 0. \overline{1707317073}.. = 0. 17073 \\ 8 - 41 &= 0. \overline{1951219512}.. = 0. 19512 \\ 9 - 41 &= 0. \overline{2195121951}.. = 0. 21951 \\ 10 - 41 &= 0. \overline{2439024390}.. = 0. 24390 \end{aligned}$$

ومضًا حتى أن نصل إلى:

$$40 - 41 = 0. \overline{9756097560}.. = 0. 97560$$

4 - {أعداد دورية من ستة مراتب مرتب} :

عند قسمة الأعداد من (1-12) على العدد (13) تظهر أعداد دورية مكررة من
ستة كلها تقبل القسمة على العدد (9):

$$\begin{aligned} 1 - 13 &= 0. \overline{076923076923}.. = 0. 076923 \\ 2 - 13 &= 0. \overline{153846153846}.. = 0. 153846 \\ 3 - 13 &= 0. \overline{230769230769}.. = 0. 230769 \\ 4 - 13 &= 0. \overline{307692307692}.. = 0. 307692 \\ 5 - 13 &= 0. \overline{384615384625}.. = 0. 384615 \\ 6 - 13 &= 0. \overline{461538461538}.. = 0. 461538 \\ 7 - 13 &= 0. \overline{538461538461}.. = 0. 538461 \\ 8 - 13 &= 0. \overline{615384615384}.. = 0. 615384 \\ 9 - 13 &= 0. \overline{692370692307}.. = 0. 692307 \\ 11 - 13 &= 0. \overline{846153846153}.. = 0. 846153 \\ 12 - 13 &= 0. \overline{923076923076}.. = 0. 769230 \end{aligned}$$

حاول أن تكتشف خواص مشابه لهذه الأعداد الجميلة.

التفكير عن طريق حل الألغاز والحزورات

من توصيات مؤتمر (مهارات التفكير وتحديات القرن الحادي والعشرين): اجعلوا بعض (الألغاز) في الاختبارات حيث أشار المشاركون في المؤتمر أن القرن الحادي والعشرين هو قرن التغير السريع، والقرن الذي يشهد كشف أسرار التكنولوجيا، ويتطلب ذلك بالضرورة التفكير في اختبار وقياس تلك الكفايات والسمات التي من أهمها: مهارات التفكير، والجدال، ومهارات حل المشكلات، والتفكير الإبداعي، والتفكير الناقد. وأكد الحضور كذلك حقيقة أن القرن الحادي والعشرين هو قرن التحدي القائم على التفكير، والذي لم يعد يعتمد على الحفظ والتلقين، أو مجرد التذكر والاسترجاع للمعلومات والمعارف والحقائق التي يمكن أن يقوم بها جهاز الكمبيوتر، بل أصبحت هذه الأمور ثانوية في ضوء الاهتمام والتركيز على مهارات التفكير المنطقي والتفكير الإبداعي والناقد. فتلک المهارات بالغة الأهمية، بل تعتبر الأساس الأول والرئيس للعملية التعليمية ككل²⁰، إن من أهم وسائل تنمية التفكير الإبداعي تفعيل الدماغ وشحن ذهن والألغاز تساعد على تنمية التفكير والإبداع وهنا نحاول أن نضع بعض الألغاز الممتعة لتنمية تفكيرنا وللترفيه عن أنفسنا. ويمكن أن يستفاد منها للتوضيح أن الألغاز يمكن أن تحل بطريقة رياضية معادلات وفرضيات أو بالمعكس ممكن أن يفهم الطالب ما المعادلات والفرضيات إلا عبارة عن لغز أو حزورة أثناء عرض المواضيع الرياضية، فعلى سبيل المثال عند تقديم موضوع العبارة المنطقية وأدوات الربط (و رمزها \wedge) وأداة الربط (أو رمزها \vee) يمكن توظيف الألغاز الآتية:

²⁰ - جاهين، جمال حامد 2004، اجعلوا بعض الألغاز في الاختبارات، مجلة المعرفة، العدد 104

موجود في الصندوق قبل الحلاقة؟ علما توجد قلع صغير بحيث كل قلعتان صغيرة تعادل واحدة كبيرة

اللفز: 7 مجموعتان من العليور، إذا طار طير من المجموعة الأولى إلى المجموعة الثانية تصبح المجموعتان متساويتان، وإذا طار طير من الثانية إلى الأولى، تصبح المجموعة الأولى ضعف الثانية، جد عدد العليور في كل مجموعة.

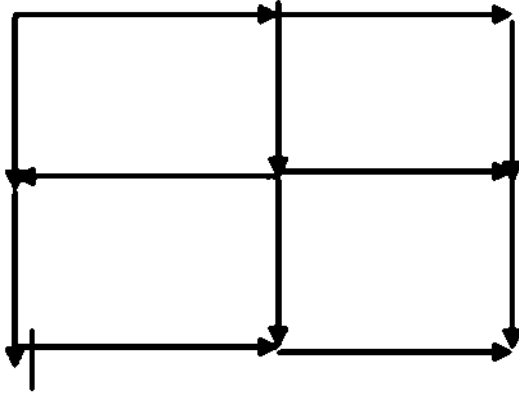
اللفز: 8 مجموع عددين يساوي (40) وحاصل قسمة الكبير على الصغير يساوي (4) فما العددان؟

اللفز: 6 قلع ذهبية متساوية في الحجم والوزن، عدا واحد تزيد بمقدار قليل من الصموية تميزها باليد العادية، ويوجد ميزان حساس ممكن استخدامه مرتين فقط، كيف تميز القلعة الأثقل منهن؟

اللفز: 10 زورق حملته القصوى (100) كغم، كيف يعبر أب (وزنه 100 كغم) مع ولديه (احمد و مازن) كل منهما وزنه (50) كغم إلى الضفة الأخرى؟
اللفز: 11 سال معلم طالب كم قلم مع هذه الحزمة من الأقلام لتصبح (100) قلم؟
قال الطالب: الحزمة ونصفها وقلمي تصبح (100) قلم، فكم قلم في الحزمة؟

✱					
					✱

اللفز: 12 أمامك (36) مربع مطلوب وضع زهور في المربعات بحيث يكون في كل صف وعمود وقلتر زهرتين، ووضعنا لك في أحد الأقطار زهرتين، اكمل الحل



اللفز 13 في الشكل المجاور (12) سهم شكلت
(4) مربعات الدللوب منك تحريك سهمين فقط
لنحصل على (3) مربعات

اللفز 14 كيف تحصل على الناتج (3) من خلال عمليات حسابية تتكون من (4) سبيلات؟

اللفز 15 جد خمسة أعداد متتالية زوجية حاصل جمعهم يساوي (80) ؟

اللفز 16 حفرة مكعبة الشكل طول ضلعها (1) متر فكم متراً مكعباً من التراب في تلك الحفرة؟

اللفز 17 طلب طبيب من مريضه تناول ثلاث حبات بحيث يأخذ حبة واحدة كل نصف ساعة ما هي المدة لتناول الحبات الثلاثة؟

اللفز 18 رجل عمره الآن (71) سنة وأبنيه (33) سنة قبل كم سنة كان عمر الأب ثلاثة أضعاف ولده؟ قدم برهاناً على صحة إجابتك

اللفز 19 عمر شخص بعد (30) سنة يصبح عمره مرتين ونصف من عمره الآن فكم عمره الآن؟

اللفز 20 ما العدد الذي مجموع (ضرب العدد * نفسه) + (جمع العدد مع نفسه) + (قسمة العدد على نفسه) يساوي 36؟

اللفز 21 متى يمكن أن نقول أبوان و ولدان عندهم يساوي ثلاثة؟

اللفز 22: ما العدد الموجب الذي مربعه يساوي نصف مكعبه؟ قدم برهان رياضياً على صحة حللك؟

اللفز 23: كيف تستطيع أن تشرب الحليب بقدر نصف أيام عمرك المتبقي لك؟

اللفز 24 جد عدداً يقل بواحد، ويقل بعشرة، ويقل بستة عشر عن بعض هذه الأعداد: (136, 169, 178, 185)؟

اللفز 25: سأل مدير مدرسة عن سبب ضوضاء المصادر من أحد صفوف مدرسة ابتدائية في الفسحة، فأخبروه، بأن مسببها طالب يدعى صلاح، فتوجه فوراً إلى الصف ووجد فيه أربعة أشخاص، وأخرج من بينهم الطالب صلاح، كيف تعرف عليه علماً بأنه لا يعرف اسم أي واحد من المجموعة ولم يوجه لهم أي سؤال؟

اللفز 26: سأل شخص صاحب حقل (دجاج و أرانب) عن عدد ما يملك، فأجاب عدد الرووس-52 رأساً وعدد الأرجل = 152 رجلاً، فكم عدد كل من البط والدجاج؟
اللفز 27: نستطيع أن نبرهن أن مربع أي عدد زوجي هو عدد زوجي أيضاً:

نحن نعلم أن العدد الزوجي هو العدد الذي يقبل القسمة على (2)
فيكون 2 ن عدد زوجي، مربعه = 4 ن^2 وهو عدد زوجي لأنه يقبل القسمة على (2)
السؤال: هل نستطيع أن تثبت أن مربع العدد الفردي هو فردي أيضاً؟

اللفز 28: كيف ترتب عملية جمع 9 ثمانيات، بحيث يكون الناتج = 9000؟
اللفز 29: كيف ترتب عملية طرح 3 ثمانيات، ليكون الناتج = 7
اللفز 30: ما هو الرقم الذي إذا ضربته في (9) وأضفت إليه (9) أصبح = 90؟
اللفز 31: كيف تستعمل العدد (9) ست مرات، للحصول على الرقم 100؟
اللفز 32: كيف ترتب عملية جمع 9 تسعات، بحيث يكون الناتج = 10125؟
اللفز 33: مجموعة من الطلبة أنت فيهم، إذا بدأنا العد من أمامك فإن ترتيبك يكون (19) وإذا بدأنا العد من خلفك، فإن ترتيبك يكون (12). فكم عدد الطلبة؟
اللفز 34: سارت بطة وأمامها بطلتان، وأخرى ورائها بطلتان وثالثه بين بطلتين فما عدد البط؟

اللفز 35: ما هو الرقم الذي ربعته يقل؟
اللفز 36: أي الأرقام يجب أن يكون محل علامة ؟ بين هذه الأرقام:
15 , 19 , 23 , 27 , ? , 35
اللفز 37: كم مرة نستطيع أن نطرح الرقم 1 من العدد 97 ؟

اللفز 38: طلب أحمد من أخيه حمزة وقال له: أعدلني قلمين مما معك ليكون ما معي ضعف ما معك. فقال حمزة: بل أعدلني أنت قلمين ليصبح ما معي مساويا لما معك فكم قلم يملك كل واحد؟

اللفز 39: كيف يمكن التعبير عن الرقم واحد باستعمال كل الأرقام (0-9) استعمالاً الرموز والعلاقات الرياضية المختلفة (لعدة حالات).

اللفز 40: ثلاثة أعداد ناتج جمعها يساوي حاصل ضربها ما هي؟

اللفز 41: إذا علمت أن 5 قطة تستطيع أن تأكل 5 فئران خلال 5 دقائق. فكم من الوقت يلزم كي تستطيع 100 قطة أن تأكل 100 فأراً؟

اللفز 42: معك وعاءان أحدهما سعة 4 لتر والآخر سعة 7 لتر، ومطلوب كيل 6 لتر من الزيت باستخدام هذين الوعاءين فما هي الطريقة؟

اللفز 43: ما هو العدد الذي نصفه وثلثه وربعه وخمسه وسدسه وسبعة وثمانه وتسعه وعشره أعداد صحيحة؟ وما منشأ هذا العدد؟

اللفز 44: يراد شراء مجموعة لوازم مدرسية بسعر (100) قطعة نقدية سعر الدفتر (5) قطعة وسعر القلم (1) قطعة وسعر (20) ممحاة بقطعة واحدة، فكم عدد كل نوع ممكن أن نشتري؟

اللفز 45: أحمد أطول من حسان، ورامي أقصر من سمير. فاي من هذه المقولات تصح أكثر؟

أ- رامي أطول من حسان

ب- حسان أطول من رامي

ج- رامي و حسان بطول واحد

د- لا يمكن معرفة من منهما أطول

اللفز 46: هل باستطاعتك الحصول على الرقم (100) باستعمال الأرقام (8، 3، 16، 80) مع أي عملية حسابية ودون تكرار أحد الأعداد السابقة.

اللفز 47: هل باستطاعتك الحصول على الرقم (0) باستعمال الأرقام (100,18,5,2) مع أي عملية حسابية ودون تكرار أحد الأعداد السابقة.

7

اللفز 48: صرف شخص (—) من مبلغ وبقي (10) \$ فما هو المبلغ الأصلي؟

12

اللفز 49: معدل أعمار مجموعة من الأطباء والمهندسين هو 40 عاماً إذا كان معدل عمر الأطباء 35 عاماً ومعدل عمر المهندسين 50 عاماً، فما نسبة عدد الأطباء إلى المهندسين؟

اللفز 50: من ما هو العدد الذي يتألف من 5 أرقام وإذا جمعنا معه 1 يصبح مكون 6 أرقام؟

$$99999 + 1 = 100000$$

جواب اللفز 50:

اللفز 51: عنكبوت يتسلق جدار وفق نظام معين وبعد ساعة كان في منتصف الطريق إلى القمة،

3

وبعد ساعة أخرى قلع نصف المسافة الباقية، أي أنه قلع — من المسافة الكلية إلى القمة،

4

وفي الساعة الثالثة قلع نصف المسافة الباقية وبذلك يكون الآن قد قلع — المسافة إلى القمة

7

8

إذا استمرت حركة العنكبوت على هذا الوضع، فكم من الوقت سيستغرق للوصول إلى القمة؟

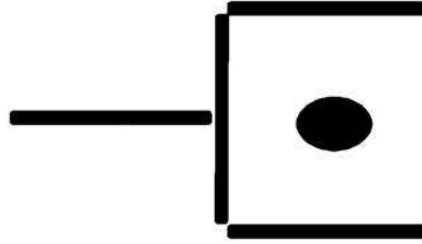
اللفز 52: رجل يريد الصعود إلى الطابق السادس فإذا:

- صعد السلم درجتين في كل مرة يبقى في النهاية درجة واحدة.
- و إذا صعد رجل (3) في كل مرة يبقى في النهاية درجتين.
- و إذا صعد رجل (4) في كل مرة يبقى في النهاية (3) درجات.
- و إذا صعد رجل (5) في كل مرة يبقى في النهاية (4) درجات.

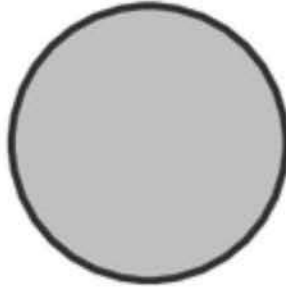
- و إذا صعد رجل (6) في كل مرة يبقى في النهاية (5) درجات.
 - و إذا صعد رجل (7) في كل مرة يصل إلى الطابق السادس.
- فما عدد درجات السلم؟

ا			اللفز 53: ضع أعددا محل الحروف بحيث لا يوجد عددين متتاليين متجاورين من أي جهة ولا متقابلين (مثل ا يقابل برأس جـ) في المربعات الآتية:
د	ج	ب	
س	و	هـ	
		ز	

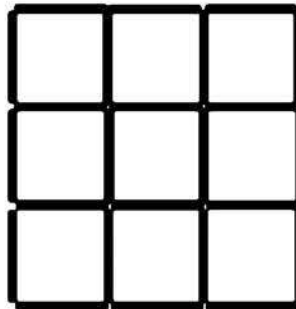
اللفز 54: حرك عودين من أعواد الكأس كي يصبح الشكل البيضاوي خارجه مع الاحتفاظ بالكأس.



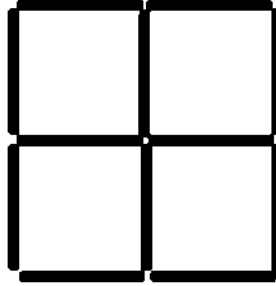
اللفز 55: ارسم ثلاثة خطوط مستقيمة تقسم القطعة الدائرية إلى سبعة أجزاء.



اللفز 56: تخلص من ثمانية أعواد من الشكل السابق لكي يصبح لديك أربعة مربعات متطابقة.



اللفز 57: تخلص من ثلاثة أعواد من أعواد الشكل ثم حرك اثنين منها لكي يصبح لديك ثلاثة مربعات



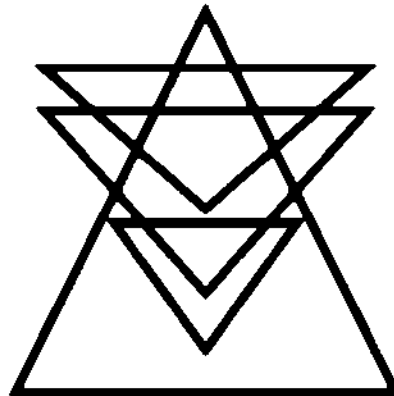
اللفز 58: إذا رسمنا زاوية قياسها (30) ونضربنا إليها من خلال عدسة تكبير أربع مرات فكم يكون قياسها بعد التكبير؟

اللفز 59: كره زجاجية داخلها كرة صغيرة وكان نصف قطر الكرة الكبيرة ثلاث أضعاف الكرة الصغيرة فما مقدار حجم الكرة الكبيرة بالنسبة للصغيرة؟

(علمنا بأن حجم الكرة $\frac{4}{3} \pi r^3$)

اللفز 60: لماذا الطاولة ذات الأرجل الثلاث لا تتأرجع كيفما وضعت على الأرض حتى وإن كانت أرجلها غير متساوية.

اللفز 61: ما عدد المثلثات في الشكل أدناه:



اللفز 62: أملأ الجدول الآتي بأعداد من (2) إلى (10) حسب الشروط أدناه ثم أذكر العلاقة التي تربط أعداد الجدول المذكور:

الصف الأول: الرقم الأول يقل عن الثاني بـ (5) والثاني يزيد على الثالث بـ (7)
الصف الثاني: مضاعفات العدد (2) التي أكبر من (2)
الصف الثالث: الرقم الأول - الرقم الثاني = الرقم الثالث

اللفز 67: اختر الكلمة المناسبة (أو الرقم المناسب) للآتي:

1- إذا كلمة (طعام) بالنسبة لكلمة (فم) هي مثل كلمة (صوت) بالنسبة لكلمة
- - - - ؟

(موسيقى، حنجرة، فم، أذن، لسان، بيانو)

2- إذا كلمة (اليد) بالنسبة لـ (القفاز) هي مثل (الرأس) بالنسبة لـ - - - - ؟
(الجسم، الشعر، القبعة، القلادة، الرقبة، الحلق)

3- إذا كانت (ل ل ن ل ن ل) بالنسبة لـ (2242422) هي مثل (ن ن ل ن ل ن ن) بالنسبة لـ :
44424244 , 2242442 , 2424224 , 4424244 , 4422424

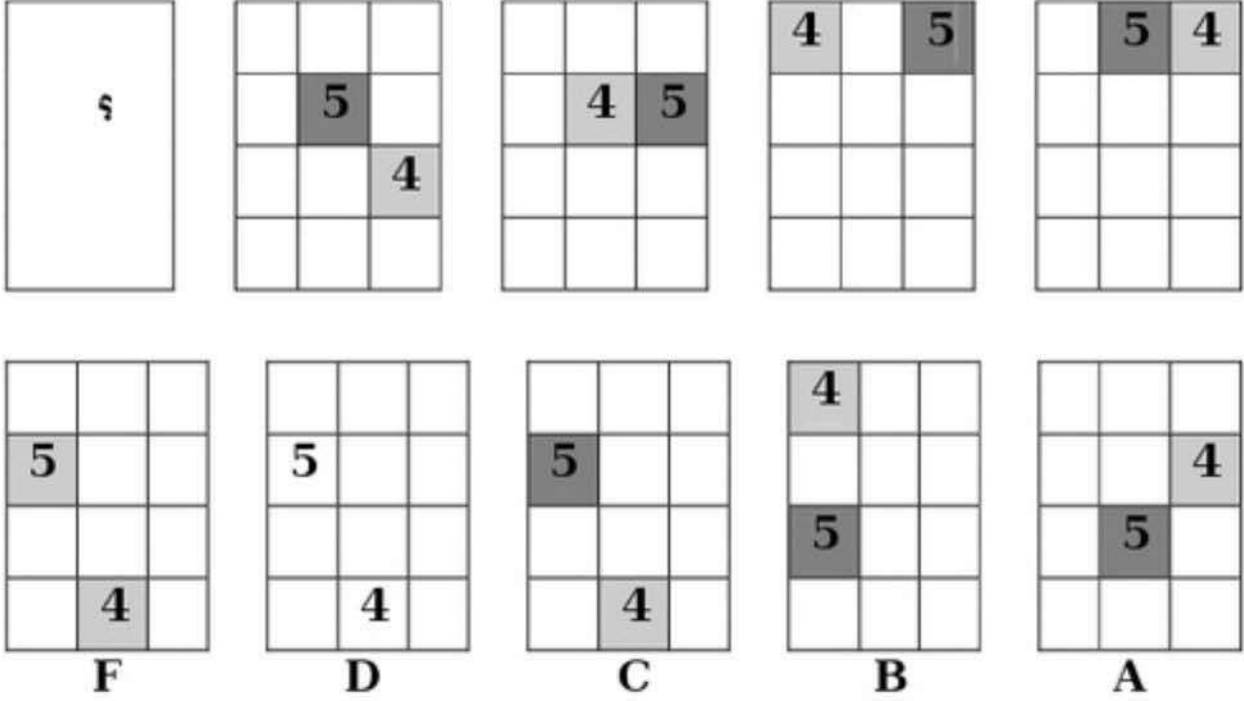
4- حرف الـ (ق) بالنسبة لكلمة (القادر) هي مثل رقم (3) بالنسبة لـ :
223415 , 445231 , 51342 , 463512 , 134126 , 223415

5- بتغيير أماكن أحرف كلمة (بطاسلر) تصبح من أحد الكلمات الآتية:
(مدينة، دولة، نبات، بحر، نهر، حيوان، جماد)

اللفز 68: لدى عائلة عدد من الأطفال بحيث كل ولد وبتت منهما ممكن أن يقول عندي (أخين وأختين فقط)، كم عدد الأطفال (الذكور والإناث) لهذه العائلة؟

اللفز 69: لدى كمال وسليم معاً (25) قلماً، فإذا علمنا أن لدى كمال من الأقلام أربعة مرات بقدر ما لدى سليم، فما عدد الأقلام التي لدى سليم؟ اذكر الطريقة التي تحل بها السؤال.

اللفز 70: أي من الأشكال يكمل السلسلة ؟



اللفز 71: كم وزن الدجاجة إذا علمنا أنها تزن نصف وزنها زائد (1) كغم؟

اللفز 72: لديك هذه المرة دلوان فارغان، سعة أحدهما 6 لتترات، وسعة الآخر 11 لتراً. ومطلوب الحصول على سعة (9) لتراً بالضبط من الماء (باستخدام الدلوان) من حوض كبير فيه ماء، كيف تستطيع القيام بذلك؟

اللفز 73: كيف نرتب (7) أشجار في (6) صفوف بحيث يحتوي كل صف يحتوي على (3)؟ ملاحظة: قد تكون الشجرة الواحدة جزءاً من أكثر من صف واحد.

اللفز 74: هل بالإمكان معرفة حاصل ضرب المقادير الآتية:

(س - أ) (س - ب) (س - ج) (س - د)..... (س - ي) أي الحروف المطروحة كل الحروف الأبجدية ؟

اللفز 75: سأل شخص عن رقم سيارته فأجاب: أن رقم سيارتي هو عدد مكون من أربع أرقام

إذا قسم علي 2,3,4,5,6,7,8,9,10 كان الباقي 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 علي الترتيب أما إذا قسم علي 11 لا يبقى باق فما هو رقم السيارة؟

اللفز 76: تريد نملة تتسلق جدار ارتفاعه (11) متر، بحيث تصعد بالدقيقة الواحدة متراً واحداً وتهبط نصف متر فمتى تصل النملة إلى قمة الجدار؟

اللفز 77: سلم شخص على مجموعة من العمال و سألهم عن عددهم فأجابوا: نحن ومثلنا وربنا ونضيفنا وأنت معنا نصبح مائة، فكم عدد العمال؟

اللفز 78: رزق شخص عمره (44) ولده البكر، بعد كم سنة يصبح عمر هذا الشخص ثلاثة أضعاف عمر ولده؟

اللفز 79: مع طفل مجموعة من القطع النقدية لعب (4) لعب مختلفة وكان كل لعبة يلعبها يدفع نصف ما معه ولما أنتهي من اللعبة الأخيرة كانت معه قطعة نقدية واحدة فكم قطعة كانت معه؟ قدم برهان رياضي لحلك.

اللفز 80: بإمكان وضع كتاب على طاولة بحيث يكون جزء منه خارج الحافة. ولن يسقط الكتاب إذا كان هناك جزء من الكتاب أكثر من النصف بقليل جداً داخل حافة الطاولة.

وبإمكانك الآن رص كتابين على الطاولة بحيث أكثر من نصف طول الكتاب الأعلى خارج الحافة.

هل من الممكن رص المزيد من الكتب بهذه الطريقة بحيث يكون أعلى كتاب خارج الحافة تماماً؟ إذا كان هذا ممكناً، فكم عدد الكتب



التي ستحتاجها؟ جرب بنفسك

اللفز 81: اللغز: أب عمره الآن ضعف عمر ابنه وبعد مضي سنة واحدة يصبح عمره عكس ترتيب عمر ابنه فكم عمر الأب وعمر الابن الآن؟

اللفز 82: أراد احد العلماء متخصص بالرياضيات أن يثبت تفكيره أعلى من بقية العلماء في مجلس أحد الملوك بعد أن اخترع لعبة الشطرنج، وأراد الملك مكافأته وينفذ له ما يطلب منه، فقال للملك عنرا لربما لا تقدر على ما اطلب، فغضب الملك وقال له ما تطلب، فقال أريد قطعة نقدية واحدة في المربع الأول وقطعتين في المربع الثاني، وأربعة في الثالث، وثمانية في الرابع، و(16) في الخامس و(32) في السادس.....وهكذا، فضحك الملك وبقية العلماء وضح الجميع أنه من باب المزاح وهنا قرر عالم الرياضيات أن يفهم الجميع أن ضحكهم ليس في محله وشرح لهم الأمر . كيف سيثبت هذا العالم أن ضحكهم ليس في محله وما مقدار القطع النقدية المطلوبة في نهاية المربع(64) ؟

اللفز 83: صعد شخص طريقا جبليا طوله كيلومتر واحد ثم نزل على طريق طوله كيلو متر أيضا..

فإذا كانت سرعة السيارة في الصعود 15 كم /ساعة

المطلوب: كم يجب أن تكون سرعة السيارة في النزول ليكون متوسط سرعته في الكيلومتريين 30 كم/ساعة؟

اللفز 84: اللغز إذا عرفنا العملية * بصورة الآتية (مع اكتشاف نمط)

$$2 * 1 = 13$$

$$5 * 3 = 28$$

$$7 * 2 = 59$$

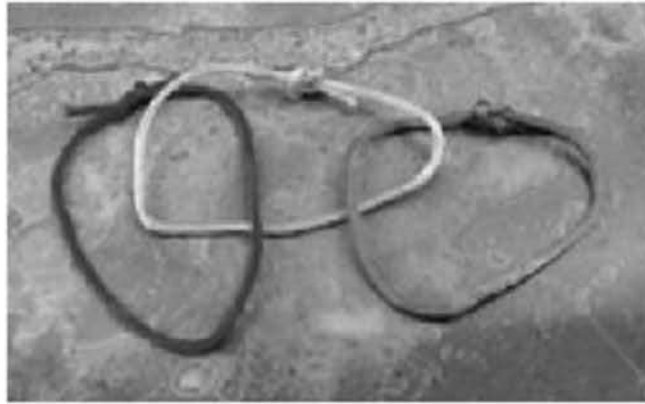
$$9 * 1 = 810$$

أوجد ناتج العملية $4 * 5$ ؟

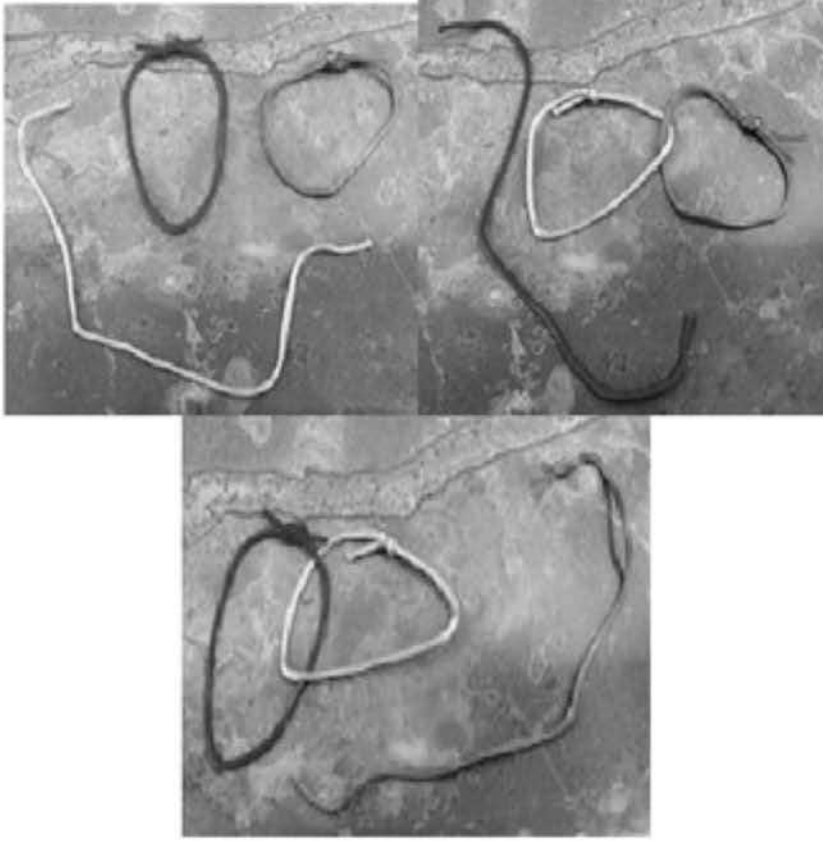
اللفز 85: أنت في غرفة لها ثلاثة مفاتيح كل واحد يخص مصباح في الغرفة المجاورة غير مضاءة بحيث لا يمكنك رؤية غرفة المصابيح كيف تتعرف على كل مفتاح يخص مصباح معين؟ ويسمح لك بدخول غرفة المصابيح مرة واحدة فقط

اللفز 86: لدى احمد، علي، عمر ثلاثة دراجات هوائية وكل واحد منهم لديه سلسلة وقفل، ربط احمد دراجته بسياج المدرسة الحديدي بالسلسلة وبدراجة علي بواسطة القفل وربط علي دراجته بسياج المدرسة وبدراجة عمر، أما عمر فقد ربط دراجته بسياج المدرسة و بدراجاتي احمد وعلي أي أصبحت كل دراجة الآن محتجزة بواسطة قفلين نسي احمد مفتاحه في البيت وأراد جلبه وبوجود مفتاحين فقط، فإنهم يستلزمون تحرير واحدة من الدراجات الهوائية فقط. دراجة من كانت؟

اللفز 87: هل يمكنك ربط الحلقات الثلاث مع بعضها بطريقة تجعلهم متصلين ببعضهم بحيث أنك إذا فصلت إحداها انفصل الباقي ؟.



واليك توضيح: إذا قمت بفك الخيط لأحدهما ستظل الحلقتان الأخريتان مريوطتين
كما احتمالات فك أي من الحلقات الآتية في الأشكال أدناه:



ولأن هل يمكنك اكتشاف طريقة واحدة لربط الحلقات الثلاث ببعضها بحيث أنك إذا قمت بفك أي من الحلقتان الأخيرتان تتفصلان عن بعضهما ؟

اللفز 88: على إحدى كفتي ميزان وضع وعاء مملوء بالماء إلى حافته تماماً، وعلى الكفة الأخرى وضع وعاء مملوء بالماء إلى نفس المستوى وفيه قطعة من الخشب تدلفو على السطح. .. فأيهما أثقل ؟

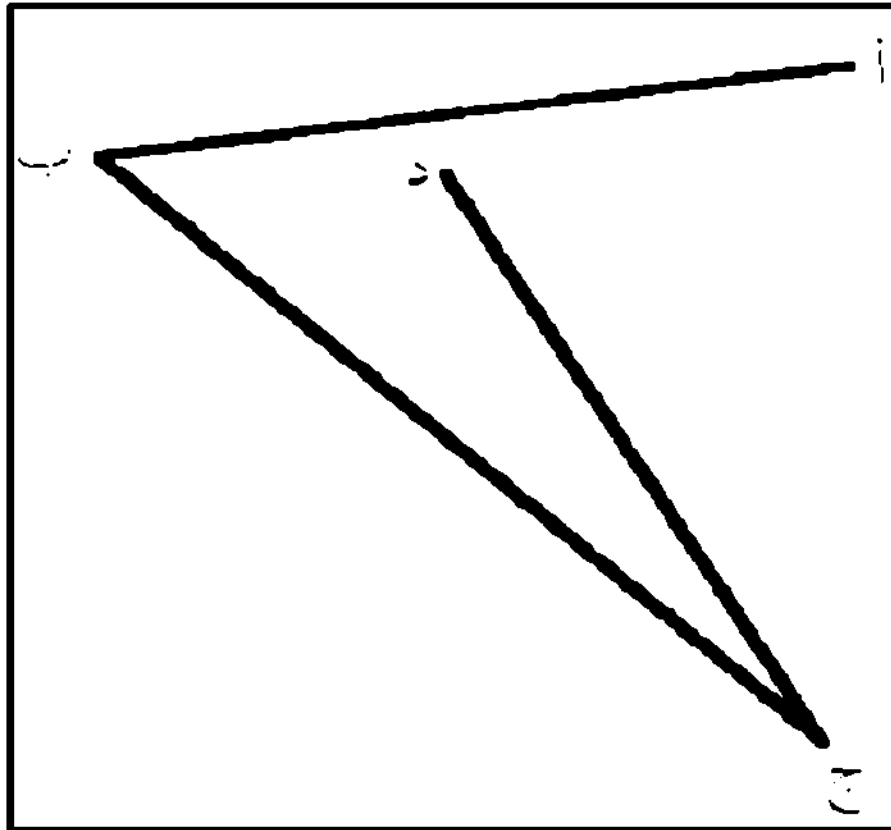
اللفز 89: هذه عملية حسابية مركبة من مجموعة من الأعداد كيف يمكن تصحيح هذه العملية الحسابية بتحريك عود واحد فقط.

$$9 - 8 = 15$$

اللفز 90: لديك بعض الفتائل التي يحترق كل منها لمدة ساعة واحدة بالضبط، ولكن بسرعة متفاوتة، أي أنه ليس بالضرورة أن يحترق نصف طول الفتيل في مدة نصف ساعة بالضبط. لديك كل الكمية التي تحتاجها من الفتائل وعيدان الكبريت. كيف تستلعب استعمال هذه المواد لقياس مدة 45 دقيقة؟

اللفز 91: حكم على شخص بالإعدام ومعه رسالة التي بموجبها يجب أن يعدم و كان مكتوب فيها: (المفوء عنه مستحيل ينقل إلى سيبيريا و يقتل) و من ذكاه لما قرأ الرسالة، أضاف نقطة على العبارة، فمضى عنه و لم يعدم فأين وضع النقطة ؟

اللفز 92: بمجرد النظر إلى الشكل أيهما أطول؟ (أب) أم (ج د)؟



اللفز 93: هل من الممكن معرفة كيف ترتبت الأعداد الآتية:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

اللفز 94: سلك غير مصنوع من معدن، ويوجد في جميع دول العالم فما هو؟

اللفز 95: لديك 10 برتقالات نصفها مقشر والباقي بدون قشور كم برتقالة بضبط بدون قشور.

اللفز 96: عاملان سقطا في مدخنة، وعند خروجهما كان أحدهما قد صار وجهه اسود جراء الدخان و وجه الآخر ضل نحيف، ومع ذلك ذهب صاحب الوجه النظيف لغسل وجهه ولم يذهب ذي الوجه المتسخ لماذا؟

اللفز 97: عمر والد حسين يحقق المعادلة:

$$\text{عمر حسين} + \text{نصفه} + \text{ثله} + \text{ربعه} + \text{سدسه} = 40 - 13$$

فكم عمر حسين؟ قدم حلك بإثبات رياضي.

اللفز 98: كيف تحصل بإحدى من هذه العمليات (+, -, ×, ÷) مع خمسة أعداد

مكرر كلها العدد (1) من الحصول على ناتج = 100

اللفز 99: واجهة الملمب من زجاج، وعدد اللاعبين (12) والحكام 3 فما هو؟

اللفز 100: ما هي الأشهر الميلادية التي يوجد فيها (28) يوما وفي أي سنة (العادية أم الكبيسة)؟

اللفز 101: قيس عمره ثلاثة أضعاف عمر أخته (التي عمرها 8 سنوات) كم سيكون عمر قيس عندما يكون عمره ضعف عمر أخته؟ مع تقديم برهان رياضي على صحة الحل.

أي بعد (8) سنوات يكون عمر قيس (32) سنة وعمر أخته (16 سنة)

استراحة (رسالة)

أرسل معلم رياضيات لزوجته رسالة يقول فيها: زوجتي الغالية.. أنت قابعة في كل زاوية من زوايا فرادي، ساكنة في دائرة أفكاري، فانت أحد ضلوعي، فإن ابتمت لبرهة بات عقلي شبه منحرف، فأنا وأنت خيطان قد التقيا، وإننا وحينا نشكل مثلثاً متساوي الساقين، إذا ما فقد أحد أضلاعه، بات خلوها على دفتر حساب الأيام، فحبنا ليس له أي حدود ومساحة، فلو جمع حبنا وقسم على جميع الأحبة، لكفى وزاد، وطرحت ثمرة المحبة السلام في جميع الأرجاء، يا أملي قد ضرب به المثل.

زوجك المستقيم، ، ،

التفكير عن طريق اللعب التعليمية

اللعب نشاط مهم لحياة الإنسان، فمن خلال اللعب يشعر الفرد بالبهجة والسرور ويريح النفس ولكنه ذو وظائف متدرجة بتدرج العمر الإنسان، فاللعب في مرحلة الطفولة و الشباب و الكبار مهم، وكل مرحلة لها طبيعتها، ولكن اللعب لا يتم على حساب الأعمال، بل ينبغي أن يتم في أوقات خاصة تأتي بالمرحلة الثانية من أعمال القيام بالواجب، حتى أن الحياة بكل نشاطاتها المختلفة إطار من اللهو واللعب قال تعالى: (وَمَا الْحَيَاةُ الدُّنْيَا إِلَّا لَهْوٌ وَلَهْوٌ وَلِلْآخِرَةِ الْآخِرَةُ خَيْرٌ لِلَّذِينَ يَتَّقُونَ أَفَلَا تَعْقِلُونَ) (الأنعام: 32)

يرتبط اللعب في المجتمعات الإنسانية بل وحتى الحيوانية، وفي المجتمع الإنساني يمثل اللعب أحد مباحج الحياة وهو مستمر باستمرار وجود الإنسانية، فهو مرتبط بمراحل الحياة عند الطفل الرضيع واليافع بل ويدخل في كافة مراحل التعليم العام والجامعي.

أكدت البحوث التربوية أن الأطفال كثيراً ما يخبروننا بما يفكرون فيه وما يشعرون به من خلال لعبهم التمثيلي الحر واستعمالهم للدمى والمكعبات والألوان وغيرها، ويعتبر اللعب وسيطاً تربوياً يعمل بدرجة كبيرة على تشكيل شخصية الطفل بأبعادها المختلفة: وهكذا فإن الألعاب التعليمية متى أحسن تخطيطها وتنظيمها والإشراف عليها تؤدي دوراً فعالاً في تنظيم التعلم، وقد أثبتت الدراسات التربوية القيمة الكبيرة للعب في اكتساب المعرفة ومهارات التوصل إليها إذا ما أحسن استغلاله وتنظيمه.

يُعرف اللعب بأنه نشاط موجه يقوم به المتعلمين لتنمية سلوكهم وقدراتهم العقلية والجسمية والوجدانية، ويحقق في نفس الوقت المتعة والتسلية: وأسلوب التعلم باللعب هو استغلال أنشطة اللعب في اكتساب المعرفة وتقريب مبادئ العلم للمتعلمين وتوسيع آفاقهم المعرفية. اللعب نشاط حر وموجه قد يكون على شكل حركة أو عمل موجه،

يمارسه الطالب بصورة فردية أو جماعية، ويستغل طاقة الجسم العقلية والحركية، ويمتاز بالسرعة والخفة ولا يتعب الذي يمارسه ويتصف بعدة سمات منها²²:

1. نشاط لا إجبار فيه وغير ملزم للمشاركة فيه.
2. مُعد للمتعة والسرور وينتهي إلى التعلم.
3. مطلب أساسي لنمو الطالب ولتلبية احتياجاته المتطورة ولتعليمه التفكير.

ويعد اللعب عاملاً أساسياً في إنماء عقلية الأطفال فضلاً عن تطوير مهارات أخرى جسمية وانفعالية واجتماعية، وعليه ظهرت نظريات عديدة تفسر اللعب منها نظرية الطاقة الزائدة للفيلسوف الإنكليزي (هبرت سبنسر) والنظرية التلخيصية التي نادى بها (ستانلي هول) وغيرها من النظريات، ونصبت الأبحاث إلى كيفية استثمار اللعب لصالح إنماء الإنسان.

وهو من أهم ما تتميز به الطفولة فمن خلاله يمكن أن يتعلم الطلبة الكثير مما يكتسبونه من المفاهيم والمهارات والاتجاهات حيث أن الطاقة التعليمية والنفسية والجسدية التي يبذلها الطلبة الصغار في اللعب، تفوق بكثير الطاقة التي يبذلها في التعليم النظامي ويمكن أن تؤلف نشاطات اللعب المختلفة والمروضة الفُكاهية والطرائف والمسابقات في تعليم الرياضيات، ويشير بياجيه أن اللعب عملية نشطة، حيوية ينظم فيها الطفل البيئة وفق استيعابه لمتغيراتها ووفق ما تسمع به أبنيته المعرفية بهدف تحقيق التوازن، أي السيطرة عن طريق المعالجة الحسية وتقليب الأشياء، وتعديل الصورة المتكونة لديه²³، حيث من خلال اللعب يمكن للطفل أن يقيم دنياء الخاصة بما يتناسب مع تخيلاته فتراه يمسك لعبته، ويتكلم معها، ويشبهها بأشياء كثيرة.

فوائد أسلوب التعلم باللعب:

- 1 - يؤكد ذاته من خلال التفوق على الآخرين فردياً وفي نطاق الجماعة.
- 2 - يتعلم التعاون واحترام حقوق الآخرين.

²² - الحلة محمد مصود، الألعاب من أجل التفكير والتعلم، دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 1425، 2004.

²³ - 86.74(1)947 p & v12002 ↑ p 1166

دور المعلم عند استخدام الألعاب

يحتاج استخدام الألعاب التعليمية في تدريس الرياضيات إلى إلمام كامل بالمبادئ التربوية التي تستند إليها ، وهذا يتوقف على المعلم إلى حد كبير باعتباره المنصر الفعال للعملية التربوية على الرغم من كل المستجدات التربوية فيقول كورتز: إن نجاح أية لعبة تعليمية داخل الصف الدراسي يتوقف على الإعداد الكامل لها من جانب المعلم، ويتم هذا الإعداد على عدة مراحل هي:

أولاً: مرحلة تحديد الأهداف وتتضمن:

- 1- تحديد الأهداف التعليمية التي يسعى المعلم لتحقيقها وصياغتها كأهداف سلوكية.
- 2- تحديد المعلومات والمهارات والاتجاهات التي يريد المعلم إكسابها للطلاب.
- 3- تحديد أنماط السلوك التي يمارسها الطلاب كدليل على تحقيق الأهداف.
- 4- أن يكون المعلم على دراية كاملة بطلابه من حيث مناهجهم ، وميولهم ، وخبراتهم ، وقدراتهم.

ثانياً: مرحلة اختيار اللعبة وتصميمها وتتضمن:

- 1- أن يكون هذا الاختيار متضمناً أهداف وجدانية معرفية.
- 2- أن يستخدم المعلم في اللعبة التوقيت والموقع المناسب.
- 3- يجب ألا يختار المعلم ألعاباً تحكمها قواعد معقدة يصعب فهمها.

ثالثاً: مرحلة تهيئة الموقف وتتضمن:

- 1- تحديد المعلومات المسبقة التي يحتاجها المشتركون في اللعبة.
- 2- تهيئة الإمكانيات المادية بما يناسب كل لعبة.
- 3- إعادة تنظيم الصف الدراسي وتحديد الأدوار المناسبة لكل مجموعة.

- 4- توجيه الطلاب غير المشتركين لأنشطة أخرى حتى لا يشعروا بالإهمال.
- 5- المحافظة على الانضباط داخل الصف بدرجات متوازنة بحيث لا تمنع حرية الطلاب ولا تسبب إزعاجاً للآخرين.

رابعاً: مرحلة إلقاء التعليمات وتتضمن:

- 1- إلقاء تعليمات اللعبة ببساطة وتسلسل بحيث يفهمها الطلاب ويستطيعون تنفيذها.
- 2- تجنب إعطاء أوامر قد تُشيع جواً من الرهبة والخوف.

خامساً: مرحلة اللعب وتتضمن:

- 1- يجب أن ينسى المعلم أنه يمثل السلطة داخل الصف حتى يتبع جواً من الحرية.
- 2- على المعلم أن يراقب اللعب ويتأكد من إيجابية جميع الطلاب.
- 3- على المعلم أن يتحرك بين المجموعات، ويسمع وينصت جيداً، ولا يتدخل إلا عند الوقوع في خطأ أو عدم فهم اللعبة.

سادساً: مرحلة التقويم وتتضمن:

- 1- المستوى الأول: وهو المستوى المرحلي ويكون أثناء إجراء اللعبة وفيه يقوم المعلم بجمع البيانات، وتسجيل الملاحظات، وتزويد الطلاب بالتعليمات، والتوجيهات لتعديل مسار اللعب.
- 2- المستوى الثاني: وهو المستوى النهائي، ويكون بعد إنهاء اللعبة، وفيه يقوم المعلم بالتوصل إلى قرار حكم شامل حول مدى نجاح طلابه في استخدام اللعبة ومدى الاستفادة منها.

دور الطالب عند استخدام الألعاب

يتنوع دور الطالب في اللعب في مقولة آلن: (إن إجراء أية لعبة يعتبر قمة التعاون والمنافسة ولكي نحافظ على القواعد التي تنظم اللعبة يجب أن يؤديها كل طالب بموافقة وإرادته) ونلخص ذلك في الآتي:

- 1- يجب أن يلتزم كل طالب بالدور المحدد له، ولا يتدخل في أدوار زملائه.
 - 2- يجب أن يتكيف الطالب مع أفراد مجموعته التي اختير ضمنها.
 - 3- يجب أن يؤدي الطالب دوره على أكمل وجه حتى يضمن نتائج إيجابية لمجموعته.
- وعليه فإن طريقة الألعاب تعمل على تحقيق أهداف وجدانية وهي الحصول على المتعة، وإشباع حاجات الطلبة، وزيادة الميل لدراسة الرياضيات، وإشغال الطلبة داخل الصف، وإذا ما استخدم بصورة صحيحة قد تزيد من فاعلية التعلم، حيث يرغب الكثير من الطلبة بالقيام بالألعاب بدلا من إقبالهم على القيام بنشاطات أخرى، أي رغبتهم باستقبال ما تحتويه اللعبة من معلومات رياضية، ولابد للمعلم أن يأخذ جانب الحذر حتى لا يتحول الأمر إلى مجرد فوز وخسارة، ويخرج زمام الأمر عن سيطرة المعلم، الذي يتلخص دوره بالوسيط أو الحكم، وتُعرف اللعبة الرياضية: أنها أية وسيلة لعمل ممتع لها أهداف رياضية معرفية قابلة للقياس فضلاً عن أهداف وجدانية محدودة يمكن مشاهدتها²⁵.

²⁵- بل فردريك، هـ. طرق تدريس الرياضيات ج2 ترجمة محمد أمين العفني وممدوح سليمان ط2، القاهرة، الدار العربية للنشر والتوزيع، 1986، ص109-111

استراحة (قصيدة لطالب يكره الرياضيات)

خلاص يا رياضيات مليت	من معادلاتك و مسالك هجيت
صعوبتك تفتت الصخر تفتيت	وفى الاختبار ما بشي حذيت
ومع الراسبين صفيت	وبسببك بكيت وونيت
من دروسك ياما عنيت	ومنك جلست في البيت
من مدرسك يما ترجيت	وعلى أيده حبيت
وأخبرني نجاح فيها موهيت	إلا بالجد والتفكير أن بغيت
وعن مركز ديمونو دوريت	للتفكير أتعلمه يا ريت

بعض ألوان اللعب في الرياضيات

1- : ألمااب ااكتشاف المفاالمات:

ونساعاا العاللة على التفككرا وااكتشاف الأاألاء.

مأال 1: أسأالعا أن أأبأ لك كل عاا يساوا نألرا مأالا (2- • 2):

أناأ نعلم 4-4

4- 0-4 أأأفا الماااة

(2- 2) (2+ 2) 0- أألل أرق مربعا وبالقأمة على (2- 2) لكلا الأرفعا نأصل
0-2+2

وبالأا 2- • 2

م27: هل أأبل بهاأ البرهان و إذا كناأ لا أأبل فأنا الأأأ (أو المفاالاة) الأا وقمنا
فها؟

مثال 2: أستطيع أن أثبت لك 1 - 2

لنفرض أن، س = ص (1) بضرب المعادلة $2 \times$

2 س = 2 ص (2)

— بطرح المعادلتين نحصل

2 س - س = 2 ص - ص بترتيب المعادلة

2 س - 2 ص = 2 ص - 2 ص نخرج (2) عامل مشترك

2 (س - ص) = 2 (ص - ص) بقسمة الطرفين على (س - ص) نحصل

1 = 2

س 2: هل تقبل بهذه النتيجة إذا قلت لا ؟ فاين الخطأ في برهاننا ؟.

2- ألعاب اكتشاف السبب:

كيف تقدر لعبة الجدول

تحتوى هذه اللعبة على أربعة أعمدة من أرقام (1-15)، اطلب من صديقك أخذ رقم من أي عمود ثم تسأله هل هو موجود في العمود (A) ثم هل هو موجود في العمود (B) وهكذا الثالث والرابع وما عليه الإجابة فقط (بنعم أو لا)، تستطيع أن تحزر الرقم الذي اختاره.

D	C	B	A
8	4	2	1
9	5	3	3
10	6	6	5
11	7	7	7
12	12	10	9
13	13	11	11
14	14	14	13
15	15	15	15

واليك سر اللعبة : ما عليك سوى جمع الرقم الأعلى الموجود في بداية القائمة ولك مثال توضيحي: نقرض الرقم المختار هو (7) فهو موجود في الأعمدة A ، B ، C نجمع الأعداد في أعلى الأعمدة وهي ($1+2+4=7$) ، ونقول له الرقم الذي اخترته (7).

3- ألعاب اكتشاف العلاقة أو التعميم:

أولاً: هذا النوع يصلح للمرحلة متوسطة في موضوع العلاقات، إذ نطلب ما هي العلاقة التي تربط عناصر س بعناصر ص (الجواب يزيد ب 2)

4	3	2	1	X
6	5	4	3	Y

س2: عند ضرب العدد (11) في عدد من مرتبتين هناك قاعدة ترتبط بين العدد المضروب وناتج الجمع حاول أن تكتشفها من خلال الأمثلة الآتية ؟

$$\begin{aligned}
 11 \times 10 &= 110 \\
 11 \times 11 &= 121 \\
 11 \times 12 &= 132 \\
 11 \times 13 &= 141 \\
 11 \times 14 &= 151 \\
 11 \times 15 &= 161 \\
 11 \times 16 &= 171 \\
 11 \times 17 &= 181 \\
 11 \times 18 &= 198 \\
 11 \times 22 &= 242 \\
 11 \times 33 &= 363
 \end{aligned}$$

س30: عند ضرب العدد (5) في عدد فردي يترتب بشكل متسلسل جميل كما في الأمثلة الآتية:

$$\begin{aligned}5 \times 1 &= 05 \\5 \times 3 &= 15 \\5 \times 5 &= 25 \\5 \times 7 &= 35 \\5 \times 9 &= 45 \\5 \times 11 &= 55 \\5 \times 13 &= 65 \\5 \times 15 &= 75 \\5 \times 17 &= 85 \\5 \times 19 &= 95 \\5 \times 21 &= 105 \\5 \times 23 &= 115 \\5 \times 25 &= 125\end{aligned}$$

من عجائب الأعداد تسعة الآتي:

$$\begin{aligned}9 \times 0 + 8 &= 8 \\9 \times 9 + 7 &= 88 \\9 \times 98 + 6 &= 888 \\9 \times 987 + 5 &= 8888 \\9 \times 9876 + 4 &= 88888 \\9 \times 98765 + 3 &= 888888 \\9 \times 987654 + 2 &= 8888888 \\9 \times 9876543 + 1 &= 88888888 \\9 \times 98765432 + 0 &= 888888888\end{aligned}$$

س31: هل ممكن أن تجد علاقة بين عمليات الضرب أو الجمع مع الناتج

ومن عجائب العدد تسعة أيضاً الآتي:

$$987654321 \times 9 = 8888888889$$

$$98765432 \times 9 = 888888888$$

$$9876543 \times 9 = 88888887$$

$$987654 \times 9 = 8888886$$

$$98765 \times 9 = 888885$$

$$9876 \times 9 = 88884$$

$$987 \times 9 = 8883$$

$$98 \times 9 = 882$$

$$9 \times 9 = 81$$

س32: حاول أن تجد علاقة تربط بين الأمثلة أعلاه.

4- ألعاب التخمين: يُستخدم هذا النوع من الألعاب في تثبيت المفاهيم والمبادئ

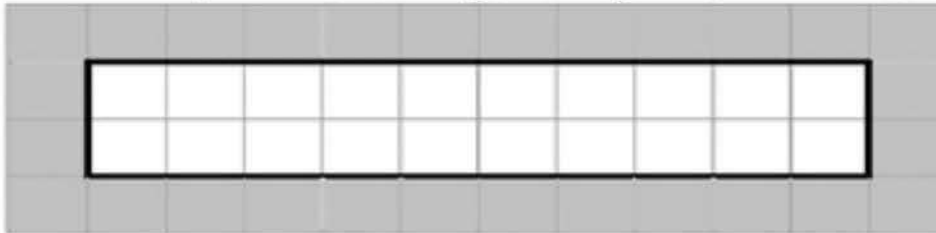
الرياضية، ويمكن استخدامها في بعض الموضوعات الرياضية للمرحلة المتوسطة.

مثال 1: هل من الممكن أن تتساوى مساحة مربع مع مستطيل؟

نعم، لو أخذنا مستطيل بـ 1×5 ، هذا يعني أن نبحث عن مربع طول ضلعه $\sqrt{5}$.

وممكن أن نثبت ذلك عملياً، الشكل أدناه ورقة بيضاء على شكل مستطيل عرضه

1 سم و طوله 5cm سم (ضلع كل مربع صغير هو 0.5 سم)

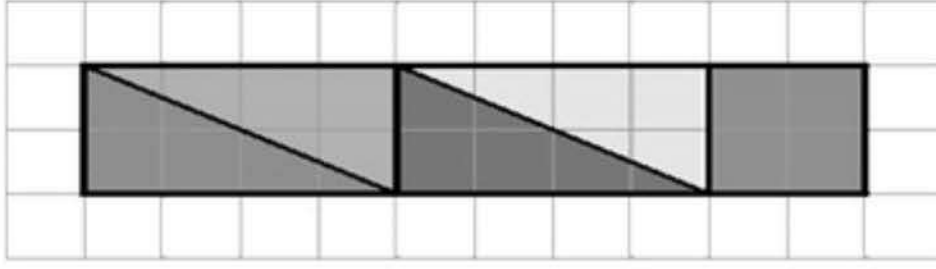


كيف يمكن تقطيع الورقة البيضاء إلى أجزاء بحيث إذا أعدنا ترتيبها حصلنا على

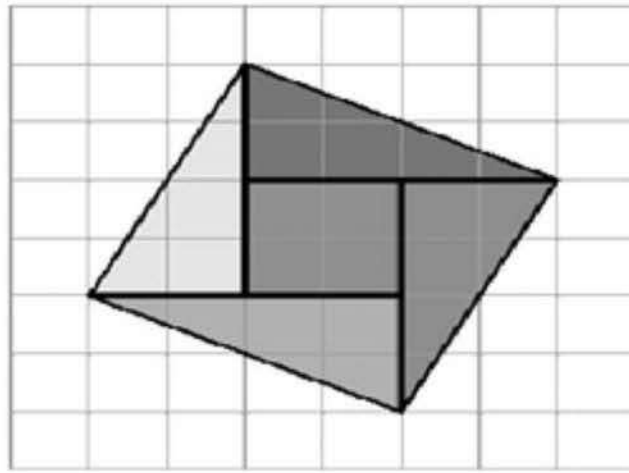
مربع له نفس مساحة المستطيل؟

الجواب: مساحة المستطيل 5 سم² إذن طول ضلع المربع يجب أن يكون: $\sqrt{5}$

ومنه يجب تقطيع الورقة إلى 4 مثلثات متساوية المساحة طول وترها كل منها $\sqrt{5}$



ثم نعيد ترتيبها كالآتي:



وبهذا نكون قد حصلنا على مربع له نفس مساحة المستطيل.

مثال 2: في موضوع الإحداثيات الديكارتية (10X10) ونسميها مثلاً (لعبة المحبس) فنرسم على السبورة الإحداثيات السيني والصادي ونضع المحبس في مكان معين على سبيل المثال (- 4، 3) ونقسم الصف إلى فريقين وقواعد اللعبة تكون:-

- يعمل لكل فريق 20 نقطة وكل فريق يحاول معرفة مكان المحبس من خلال عدة أسئلة 0 تكون الإجابة فقط بنعم أو لا.

- ويخضع من كل فريق يسأل سؤال درجة واحدة إذا كانت الإجابة ب لا، ولا يخضع إذا كانت الإجابة نعم.

- ألا أن يصل كل فريق إلى المحبس والذي يتبقى له نقاط أكثر هو الفائز. حيث يتعلم الطلبة أثناء هذه اللعبة إضافة إلى معلومات رياضية كيفية صياغة الأسئلة الفعالة وينتبه بحيث يستفاد من الأسئلة بحيث لا يكررها، ومن هذه الأسئلة هل

المحبس في الربع الأول، هل الإحداثي السيني 5. هل الأرقام الإحداثيات متساوية وهكذا.

				المحور Y	4				
					3				
					2				
					1				
					0				
5	4	3	2	1	-1	-2	-3	-4	-5
					1				المحور X
					2				
					3				
					4				
					5				

مثال: اللعب مع صديقك

اللعبة الأولى: إذا أردت أن تحزر عمر صديقك أطلب منه ما يلي:

أن يضرب عمره بثلاثة.

أن يضيف إلى الناتج 1.

أن يضرب ناتج الجمع السابق بثلاثة.

أن يضيف إلى ناتج الجمع السابق مقدار عمره.

أن يعطيك النتيجة، وعندئذ أحذف الرقم الأول والأيمن (أي رقم الأحاد) من العدد الذي

أعطاك إياه، فيبقي معك عمره.

واليك مثال:

إذا كان عمر صديقك 15 سنة، مثلاً، فإنه سيجري العمليات الحسابية التالية.

$$15 \times 3 = 45$$

$$45 + 1 = 46$$

$$46 \times 3 = 138$$

$$138 + 15 = 153$$

وعندما يخبرك بناتج الجمع النهائي وهو (153) فقط احذف أول رقم وقل له عمره (أي نحذف الرقم 3) أو حذف الرقم الأول وضع محله صفر ثم قسم على (10) (تسلى مع صديقك في هذه اللعبة).

سؤال: هل باستطاعتك تقديم برهان رياضي على ذلك ؟

اللعبة الثانية: خطوات حسابية نعرف عدد الأجداد، وعدد الأخوة، وعدد الأخوات لشخص المقابل لك تحلب منه:-

اضرب عدد إخوانك في 2 (الأولاد). إذا لم يكن لديك إخوان (معناها ضع رقم 0).
أضف 3.

اضرب المجموع في 5

أضف عدد أخواتك إذا لم يكن لديك أخوات (معناها ضع 0).

اضرب الناتج في 10.

أضف عدد أجدادك الأحياء. إذا لم يكن لديك أجداد أحياء (معناها ضع 0).

المرح 150.

الآن اكتب الناتج. سيكون الناتج مكون من ثلاثة أرقام ويكون:

العدد الأول (مرتبة الآحاد) = عدد الأجداد

العدد الثاني (مرتبة العشرات) = عدد الأخوات

العدد الثالث (مرتبة المئات) = عدد الإخوة

ولنأخذ بعض الأمثلة:-

مثال 1: (المعطيات) (أفرض لديك 3 أخوة و 6 أخوات، وليس لديه أجداد أحياء) ولنتبع الخطوات السابقة وقارنها بالمعلومات المعطاة:

عدد الأخوة $6 = 3 \times 2$ (نضيف 3) ثم نضرب الناتج $5 \times$
 $45 = 9 \times 5$ & $9 + 3 = 6$ ثم نضيف عدد الأخوات وهم (6)
 ثم الضرب $\times (10)$
 $510 = 51 \times 10$ & $51 + 6 = 45$ (ضف عدد الأعداد الأحياء
 وهو 0 لأنه لا يوجد)

ثم نطرح من الناتج (150) ليكون الناتج النهائي $360 = 150 - 510$
 ولأن قارن بين الناتج والمعلومات المعطاة:-

العدد الأول (مرتبة الأحاد) $= 0$ عدد الأعداد الأحياء
 العدد الثاني (مرتبة العشرات) $= 6$ وهو عدد الأخوات
 العدد الثالث (مرتبة المئات) $= 3$ وهو عدد الأخوة

مثال 2: (المعطيات) افرض لديك 5 أخوة و 2 أخوات، ولديك (2) أجداد أحياء) ولنتبع
 الخطوات السابقة وقارنها بالمعلومات المعطاة:

عدد الأخوة $10 = 5 \times 2$ (نضيف 3) ثم نضرب الناتج $5 \times$ ، ثم نضيف
 عدد الأخوات وهم (2) ثم الضرب $\times (10)$

$$65 = 13 \times 5 \text{ \& } 13 + 3 = 10$$

$670 = 67 \times 10$ & $67 + 2 = 65$ (ضف عدد الأعداد الأحياء وهو
 (2) ثم نطرح من الناتج (150)

$$522 = 150 - 672 \text{ \& } 672 = 670 + 2$$

ليكون الناتج النهائي (522) ولأن قارن بين الناتج والمعلومات المعطاة:-

العدد الأول (مرتبة الأحاد) $= 2$ عدد الأعداد الأحياء
 العدد الثاني (مرتبة العشرات) $= 2$ وهو عدد الأخوات
 العدد الثالث (مرتبة المئات) $= 5$ وهو عدد الأخوة

جرب الخطوات على عائلتك أولاً ومن ثم مع صديقك وتسلاوا مع الرياضيات.

س 34: هل بإمكان تقديم أثبات رياضي للمسألة؟

5- ألعاب التقدير: حيث يمكن عن طريق الألعاب التدريب على مهارة التقدير ويطلب من الطلبة تقدير أطوال الطلبة و طول السبورة والرحلة وغيرها ومن ثم قياسها بصورة مضبوطة والفائز هو من يكن اقرب إلى التقدير الصحيح²⁶، وهناك بعض الألعاب تعتمد على خواص الأعداد ممكن أن تستخدم كألعاب بمثلها نسأل كيفية معرفة الحل ويخمنه أو يقدره:

كيف يقدر اللعبة الأولى: أطلب من صديقك مع نفسه أن يضرب المدد (99) في أي رقم من (1 إلى 10) ويعلمك فقط بأول رقم من الناتج تستطيع أن تخبره بكل الناتج فمثلا قال لك (5) سيكون الناتج 495 وسوف أفسر لك هذا السر بعد أن تلاحظ ناتج العمليات الآتية:

99-1-99
198-2-99
297-3-99
396-4-99
485-5-99
594-6-99
693-7-99
792-8-99
891-9-99
990-10-99

لاحظ معي دائما الرقم الذي في الوسط سيكون 9 والرقم الأول (الذي سوف يخبرك به) ويكون الرقم الأخير 9 مطروحا منه الرقم الأول.

وممكن أن تصاغ اللعبة بشكل آخر اطلب من صديقك أن يختار رقم من ثلاثة مراتب (ليست كلها متشابهة) ويمكسه ثم يدرحه (الكبير - الصغير) ويعطيك أول رقم من الناتج تستطيع أن تذكر له الناتج كاملا وإليك بعض الأمثلة:

مثال 1: نأخذ العدد (751) نعطيه ونطرحه $751 - 157 = 594$

وعند ما يخبرنا بأول رقم (4) نضع الرقم الثاني (9) ونضعل الرقم الثالث (ب طرح 5 = 4 - 9)
 مثال 2: نأخذ العدد (225) نمكسه ونلرحه $522 - 225 = 297$
 وعند ما يخبرنا بأول رقم (7) نضع الرقم الثاني (9) ونضعل الرقم الثالث (ب طرح 2 = 7 - 9)
 مثال 3: نأخذ العدد (990) نمكسه ونلرحه $990 - 099 = 891$
 وعند ما يخبرنا بأول رقم (1) نضع الرقم الثاني (9) ونضعل الرقم الثالث (ب طرح 8 = 1 - 9)
 وتصاغ هذه اللعبة صيغة أخرى: - لو نأخذ أي عدد مكون من ثلاث مراتب
 ونمكسه ونلرح الصغير من الكبير فإن الناتج يقبل القسمة دائما على 9، 11
 دائما:

مثال 1: نأخذ العدد (651) نمكسه ونلرحه $651 - 156 = 495$
 $494 - 9 = 55$
 $494 - 11 = 45$
 مثال 2: نأخذ العدد (371) نمكسه ونلرحه $371 - 173 = 198$
 $198 - 9 = 22$
 $198 - 11 = 18$
 مثال 3: نأخذ العدد (122) نمكسه ونلرحه $221 - 122 = 99$
 $99 - 9 = 11$
 $99 - 11 = 9$

س55: هل تستطيع تقديم برهان رياضي على ذلك ؟

نموذج درس وفق استراتيجية لعب الدور²⁷

المادة: رياضيات من المرحلة الابتدائية

الموضوع: مضاعفات الأعداد

(1) الأهداف التعليمية:

الأهداف المعرفية:

- 1- أن يتعرف الطالب على مضاعفات الأعداد.
- 2- أن يوجد الطالب مضاعفات عدد معطى.
- 3- أن يقارن الطالب بين مضاعفات الأعداد
- 4- أن يكمل الطالب مضاعف عدد ما .
- 5- أن يحل الطالب مسائل حسابية على مضاعفات الأعداد.

الأهداف المهارية:

- 1- أن يستخرج الطالب مضاعفات عدد معطى من بين الأرقام الموجودة على

قمصان الطلاب

الأهداف الوجدانية

أن يقدر الطالب قيمة الرقم في حياتنا اليومية

(2) خطوات الدرس:

التهيئة والتمهيد:

مراجعة جداول الضرب من خلال طرح مجموعه من الاسئلة لمناقشته وقياس مستوى

الطلاب في الحفظ:

$6 \times 8 = 48$	$5 \times 4 = 20$
$7 \times 7 = 49$	$7 \times 4 = 28$
$6 \times 7 = 42$	$2 \times 2 = 4$
$9 \times 9 = 81$	$3 \times 3 = 9$

هل هناك علاقة بين الضرب والجمع من خلال ما درسته في السابق.

تجهيز الإمكانيات

- تجهيز الفصل أو مكان العرض
- تجهيز 9 قمصان تمثل الأرقام من (1,2,...,9) وذلك بكتابه كل رقم على صدر القميص.
- تجهيز قميصان يمثلان الرمزین (*) و (=)

توزيع الأدوار:

1 - اختيار 9 أشخاص يمثلون الأرقام من (1,2,...,9)

بحيث الرقم (9) يمثل الأخ الأكبر للأرقام السابقة والرقم (8) يمثل الأخ الأصغر من (9) وهكذا حتى الرقم (1) والذي يعد أصغر الأخوة.

- 2 - اختيار تلميذان يمثلون الرمزین (*) و (=).

3 - بقية الطلاب يمثلون دور الملاحظين.

- 4 - يراعى عند اختيار الأخ الأكبر أن يكون أكبرهم جسماً أو طولاً.

تمثيل الدور استطلاحياً

يقوم الطلاب الممثلين للشخصيات السابقة بأداء استطلاعي (بروفة) تحقيقاً لكفاءة الأداء وتجنباً للأخطاء، وتذليلاً للصعوبات ويكون دور المعلم فيها المتابعة والتشجيع والتدخل عندما لا يتوافق المشهد مع ما أعده وخطط له.

تمثيل الأدوار: (10 دقائق)

يقوم الطلاب الممثلين بأداء أدوارهم، وبقية الطلاب المشاهدين يقومون بالملاحظة.

التلخيص والاستخلاص:

بعد الانتهاء من المشهد التمثيلي:

س / اذكر تعريف مضاعف العدد؟

- يسأل المعلم كل طالب ممثل عن رأيه في أدائه (تقويم ذاتي).
- يسأل المعلم الملاحظين عن رأيهم في أداء كل ممثل (تقويم الأقران).

- يوضح المعلم رأيه في الأداء ، ويوجه الطلاب إلى تعديل لبعض السلوكيات التي اعتراها بعض القصور.

المتابعة والتقييم:

يمرض المعلم أمام الطلاب عرض بالبوربوينت (لوحة تلخيص) يستنتج فيها الطلاب:-

- تعريف مضاعف العدد
- إيجاد المضاعف الخامس للعدد 6
- إيجاد المضاعف السابع للعدد 10
- إيجاد المضاعف الثاني عشر للعدد 7
- يناقش المعلم مع الطلاب بعض التدريبات من الكتاب المقرر.
- يوزع المعلم أوراق خارجية فيها بعض التدريبات لإيجاد بعض مضاعفات الأعداد.

(3) الأنشطة

تنوعت الأنشطة بين فردية وجماعية ، ومناقشة للجوانب المعرفية والأدوار والتدريبات سواء في كتاب الطالب أو في أوراق خارجية أو وسائل وكتابة السيناريو وتمثيله.

(4) الوسائل

الكتاب - السبورة - الأقلام - أقمصنة مرقمة - استخدام البوربوينت.

(5) أساليب التقييم

تمددت وتنوعت أساليب التقييم المستخدمة في تقويم الدرس فكانت هناك أساليب:

- فردية تمثلت في التقييم الذاتي من قبل الطلاب.
- جماعية وتمثلت في ملاحظته مجموعة الطلاب المشاهدين لأدوار زملائهم الممثلين.
- أسئلة متنوعة حول موضوع الدرس شملت معظم مستويات الجانب المعرفي (تذكر ... فهم ... تطبيق)

- بطاقة ملاحظته يدون فيها المعلم ملاحظاته الخاصة بالجوانب المهارية والوجدانية عن الطلاب أثناء تنفيذ الموقف التعليمي.

انتهى الدرس

سيناريو المشهد التوثيل (10 حقائق)

يقف الطالب الممثل لشخصية الأخ الأكبر وهو الرقم (9) ويدخل عليه إخوته ما عدا الرقم (7) وينظر إليهم ويتحدث قائلا:

نحن الأرقام لا نستطيع احد الاستغناء عنا فانا واخوتي نستخدم في:

- التعبير عن التواريخ والسنين

- الأعمار لكل شخص

- حصر التعداد السكاني

- في البنوك

- وفي عدد الزوار والمتمرين والحجاج إلى بيت الله الحرام

(9): أنا أكبركم رقما ومسئول عنكم ويبدأ في عنهم ويلاحظ عدم وجود الرقم

(7) فيسال الأخ الأصغر منه رقما (8) ويقول أين الرقم (7) فانا لا أجده

مكم.

(8): لا اعلم.

(7): السلام عليكم ورحمة الله وبركاته.

(9): وعليكم السلام ورحمة الله وبركاته أهلا بأخي الأصغر (7).

(7): كيف حالكم يا اخوتي.

جميعهم: الحمد لله.

(7): أخي إنني في مشكلة.

(9): لا تقلق فانا سوف أكون لك الأخ الأكبر وواجبي مساعدتك فجميعنا أخوة

ولابد أن نتكاتف من اجل مساعدتك. فتحدث عن مشكلتك.

(7): أريد أن أتعرف على مضاعفاتي فهل تساعدني يا أخي.

(9): نعم فانا وإخوتك سوف نساعدك ونعرفك على بعض مضاعفاتك.

دخول الرمزين (*) و (-): السلام عليكم ورحمة الله وبركاته.

جميعهم: وعليكم السلام ورحمة الله وبركاته.

(9): أهلا يا أصدقائنا الضرب والمساواة. كيف حالكم اليوم

(*) و(•): الحمد لله.

(9): إن أخي يتعنى معرفه بعض مضاعفاته فهل تساعدنا في ذلك.

(*) و(•): بكل سرور.

(9): تبدأ المجموعة في تكوين مضاعفات الرقم (7) من خلال الترتيب التالي:

(7) (*) (2) - (14) إن مضاعفك الثاني هو (14)

(7) (*) (3) - (21) إن مضاعفك الثاني هو (21)

(7) (*) (4) - (28) إن مضاعفك الثاني هو (28)

(7) (*) (5) - (35) إن مضاعفك الثاني هو (35)

(7) (*) (6) - (42) إن مضاعفك الثاني هو (42)

(7) (*) (7) - (49) إن مضاعفك الثاني هو (49)

(7) (*) (8) - (14) إن مضاعفك الثاني هو (14)

(7) (*) (3) - (63) إن مضاعفك الثاني هو (21)

(7) (*) (10) - (70) إن مضاعفك الثاني هو (28)

(9): ما رأيك يا أخي (7) فهل تعرفت على بعض مضاعفاتك.

(7): نعم يا أخي أشكرك وأشكر جميع اخوتي وأصدقائنا (*) و(•).

(4): اخوتي هل ممكن أن أعرف مضاعفي الثامن.

جميعهم: بكل سرور

(4) * (8) - (32)

استراحة (مداعبة)

العلماء يحاجون أيضا

بينما كان العالم الرياضي الشهير "ألبرت اينشتاين" في إحدى الحفلات العامة اقتربت منه سيدة وطلبت منه أن يشرح لها النظرية النسبية فروى لها القصة التالية:

كنت مرة مع رجل مكفوف البصر فذكرت له أنني أحب الحليب.

فسألني: ما هو الحليب؟

قلت: إنه سائل ذو لون أبيض.

فقال: أما السائل فإني أعرفه. ولكن ما هو اللون لأبيض؟

قلت: إنه لون ريش البجع.

فقال أما الريش فإني أعرفه. ولكن ما هو البجع؟

قلت: إنه طائر رقبته ملتوية.

فقال: أما الطائر فإني أعرفه. ولكن ما معنى ملتوية؟

عند إذن أخذت ذراعه ومددتها ثم شيتها وقلت هذا معنى الالتواء.

فقال الرجل: آه: الآن عرفت ما هو الحليب.

ثم قال أينشتاين للسيدة: والآن يا عزيزتي أما زلت ترغبين في أن اشرح لك النظرية النسبية.

أولا: المداعبة

إن المداعبة أسلوب تربوي يصل إلى النفوس بأقصر طريقة ويزود المتعلمين بالطاقة والنشاط، والمداعبة وللمزاح خصائص يلتزم بها حتى لا تخرج عن طور الآداب وتصبح تهريج حيث شبهها الإمام علي (عليه السلام) بالملح في الطعام بقوله (أعطوا الكلام من

المزج بمقدار ما تعطي المعلم من ملح²⁸، أي الدعاية مهمة ومفيدة ولكن بقدر وفي حينها، وأن تكون دليمية بنت وقتها وتكون موجهة.

ونستطيع الدعاية مع الأعداد على النحو الآتي:

أولاً: معرفة العمر (بالسنوات) و الشهر المولود فيه

من ميزات الرياضيات الكثيرة أن تتضمن الكثير من العجائب، و أحدها هي الظهور بمظهر الساحر و كثيرة هي هذه التمارين، هذا التمرين هو واحد منها، متى ما أجده تستطيع استخدامه. يمكنك أن تداعب طلبتك مداعبة ذكية أو يلعبوا مع بعضهم، حيث تخبرهم أن لديك مهارة غير عادية في معرفة سن أي منهم بعملية بسيطة جداً:

أولاً:

1 - يضرب رقم الشهر المولود فيه $2 \times$ ، ثم يضيف عدد (5) إلى الناتج.

2 - يضرب ناتج الجمع $50 \times$ ، ثم يضيف إلى ذلك سنوات عمره.

3 - يطرح من الناتج عدد أيام السنة 365.

4 - اطلب منه يعطيك الناتج الأخير فقط ثم أضف إليه 115.

5 - سيكون الناتج مكتوناً من ثلاثة أرقام أو أربعة.

الرقمان الأول والثاني من اليمين (الأحاد والعشرات) هما عمر صديقك بالسنين و أما

الرقم الثالث وحده، أو الثالث و الرابع فهو الشهر الذي ولد.

مثال: نفرض أن عمر الصديق 13 سنة، و شهر مولده هو شهر 7.

$$2 \times 7 = 14$$

$$5 + 14 = 19$$

$$50 - 19 = 31$$

$$13 + 31 = 44$$

$$44 - 365 = -321$$

$$-321 + 115 = -206$$

²⁸ - لبن، علي احمد زاد المعلم في مبادئ التدريس واعداد الدروس للمتضمنين وطلاب التربية العملية، الوفاء للطباعة والنشر /المنصورة مصر 1986 ص 15.

لاحظ الرقم الأول والثاني (13) = عمر الصديق، و الرقم الثالث (7) هو شهر مولده.

قارن بين النتائج والمعلومات المعطاة في المثال.

مثال 2: لو كان العمر أقل من 10 سنوات (مرتبة واحدة) مثلاً: عمر الصديق 9 سنوات، و شهر مولده هو شهر 1.

$$2 \times 1 = 2$$

$$5 + 2 = 7$$

$$50 \times 7 = 350$$

$$9 + 350 = 359$$

$$359 - 365 = -6$$

$$-6 + 115 = 109$$

لاحظ الرقم الأول والثاني (9) = عمر الصديق، و الرقم الثالث (1) هو شهر مولده.

مثال 3: نفرض أن عمر الصديق 20 سنة، و شهر مولده هو شهر 12.

$$2 \times 12 = 24$$

$$5 + 24 = 29$$

$$50 \times 29 = 1450$$

$$20 + 1450 = 1470$$

$$1470 - 365 = 1105$$

$$1105 + 115 = 1220$$

لاحظ الرقم الأول والثاني (20) = عمر الصديق، و الرقم الثالث والرابع (12) هو شهر مولده.

س36: هل بإمكانك تقديم برهان رياضي بذلك؟

الفصل الثالث

(Creation) هو إيجاد حل جديد وأصيل لمشكلة علمية أو عملية أو فنية أو اجتماعية، ويقصد بالحل الأصيل الحل الذي لم يسبق صاحبه فيه أحد. يعرفه (جوردين): (Gordon 1995) هو المهبة للإنتاج ويحدث التغيير القوي والمفيد في حل أقوى المشكلات³¹. ويعرفه (منير كامل 1996): الأسلوب الذي يستخدمه الفرد في إنتاج أكبر عدد ممكن من الأفكار حول المشكلة التي يتعرض لها (الطلاقة الفكرية)، وتتصف هذه الأفكار بالتنوع والاختلاف (المرونة) وعدم التكرار أو الشبوع (الأصالة)³². ويعرفه (فتحي جروان 1999): نشاط عقلي مركب وهادف توجهه رغبة قوية في البحث عن حلول أو التوصل إلى نواتج أصيلة لم تكن معروفة سابقاً. ويتميز التفكير الإبداعي بالشمولية والتعميد - فهو من المستوى الأعلى المعقد من التفكير - لأنه ينطوي على عناصر معرفية وانفعالية وأخلاقية متداخلة تشكل حالة ذهنية فريدة³³.

مراحل التفكير الإبداعي

ويرى بعض الباحثين عملية التفكير الإبداعي تتم خلال أربع مراحل متتالية هي³⁴:

1. مرحلة التحضير أو الإعداد: Preparation وهي الخلفية الشاملة والمتعمقة في الموضوع الذي يبدع فيه الفرد وفسرها (جوردين Gordon) بأنها مرحلة الإعداد المعرفي والتفاعل معه.

³¹ - Gordon, Rawland, , 1995 "Instructional design and creativity: A response to Critkized". Educational Technology

³² "منير كامل 1996" "التفكير الإبداعي: منهجيات وأساليب" - دار الفكر العربي

³³ "فتحي جروان 1999" "التفكير الإبداعي: منهجيات وأساليب" - دار الفكر العربي

³⁴ - Freeman, J. 1996, Encouraging Creativity in the Gifted paper presented in "The Region workshop", Amman, Jordan.

- Osborn, Alex, 1991, Your Creative Power, Motorola University Press, Schaumburg, Illinois,

2. مرحلة الكمون والاحتضان: **Incubation** وهي حالة من القلق والخوف

اللاشموري والتردد بالقيام بالعمل والبحث عن الحلول، وهي أصعب مراحل التفكير الإبداعي.

3. مرحلة الإشراق: **Illumination** وهي الحالة التي تحدث بها الومضة أو

الشرارة التي تؤدي إلى فكرة الحل والخروج من المأزق، وهذه الحالة لا يمكن تحديدها مسبقاً فهي تحدث في وقت ما، في مكان ما، وربما تلعب الظروف المكانية والزمانية والبيئة المحيطة دوراً في تحريك هذه الحالة، ووصفها الكثيرون بلحظة الإلهام.

4. مرحلة التحقيق: **Verification** وهي مرحلة الحصول على النتائج الأصلية

المفيدة والمرضية، وحياسة المنتج الإبداعي على الرضى الاجتماعي.

أي أن الإبداع هو إنتاج الجديد النادر المختلف المفيد فكراً أو عملاً وهو بذلك يتطلب بدوره معلماً قادراً على إدارة عملية التفكير في مواقف المصنف الذهني الأمر الذي يستلزم تدريب المعلمين أثناء الخدمة على كيفية استخدام إستراتيجية المصنف الذهني، وكذلك إعادة النظر في برامج إعداد المعلمين بكلية التربية وكلية المعلمين لتتوافق مع التوجهات الحديثة التي تطالب بتنمية التفكير الإبداعي والمهارات التدريسية اللازمة للمعلم لتنمية القدرات الإبداعية لدى طلابه.

ومن الممكن أن تتم عملية المصنف الذهني خلال مجموعات من الطلبة حيث هناك من ويرى أنه من المستحيل الآن أن نحلل عملية التفكير وحل المشكلات واستشراف المستقبل عملية يقوم بها مفكر بمفرده مهما كانت قدرته أو شموليته في العلم، وأصبح من المحتم أن تقوم بهذه العملية مجموعة من المفكرين في تخصصات متنوعة تعمل عقلها الجماعي في إنتاج الأفكار و إنتاج حلول متنوعة للمشكلة الواحدة و إنتاج البدائل لمواجهة التحديات المستقبلية، وهناك من يسمي مجموعة المفكرين فرق التفكير، و التفكير الذي يمارس عندهم يسمى التفكير التعاوني والذي ينتج من

إعمال العقل متخالفراً مع غيره من العقول بأسلوب منهجي يتسم بالعلمية والموضوعية لإيجاد حلول متنوعة لمشكلات نتجت عن ظواهر طبيعية أو مجتمعية، أو لاستشراف المستقبل ووضع بدائل لمواجهة تحدياته واحتمالاته.

و لكي تنمي التفكير التعاوني (الجماعي) لدى المتعلم بعد أن تمود عقله ولسنوات طويلة في إطار نظام تعليمي وممارسات مقصودة داخل حجرات الدراسة على التفكير الفردي (أو المنفرد). يجب الاتجاه إلى استخدام إستراتيجية التعلم التعاوني، وإستراتيجية التعلم في مجموعات صغيرة، وحل المشكلات عن طريق إشراك مجموعات من الطلاب في التفكير، ووضع بدائل الحلول وتنفيذها، وتقويم النتائج³⁶.

تنمية التفكير الإبداعي

يتفق علماء النفس أن كل الأفراد الأسوياء لديهم قدرات إبداعية، لكنهم يختلفون في مستويات امتلاكهم لها. وإذا ما أريد تنمية التفكير الإبداعي فيجب أولاً تهينة بيئة فصلية محفزة للإبداع يشعر الطالب فيها بأمان سيكولوجي: أي أن أفكاره وحلوله غير مهددة بالنقد والتهكم. كما يجب تقبل أسئلة الطلاب وتميزها، وعلى المعلم إتباع الإجراءات الآتية:-

- 1- العمل على إثارة الخيال الخصب عند الطلاب، وذلك بإبراز ظواهر وأحداث يمكن لدارس المرحلة الثانوية إثارة خيال خصب حولها، وهذا الخيال يجعل عقل الطالب يعمل بحرية لإيجاد تفاعلات جديدة، ورؤية وتصور أمور وعلاقات غير واضحة قبل ذلك، لأن الخيال هو الشريك القوي لعملية الإبداع.
- 2 - إرجاء الحكم، فلا يقوم المعلم بالحكم على المخرجات (استجابات الطلاب) مباشرة بل يرجئ ذلك لفترة أخرى، كما يجب ممارسة نقد واقعي وبناء للأفكار المروضة.

- 3- يساعد المعلم الطلاب على أن يكونوا حساسية للمشكلات (المعرفية والاجتماعية والشخصية) فأول مرتكز لعملية التفكير الإبداعي هو الحساسية للمشكلات.
- 4 - على المعلم أن ينمي الفضول عند الطلاب، والفضول هنا يعني الميل لمعرفة الأشياء كل أنواع الأشياء فقط لمعرفة، فالمعرفة لديه ممتعة وغالباً ما تكون مفيدة.
- 5- التحدي: ينبغي على المعلم أن يبنى جانب التحدي عند الطلاب في مواجهة المشكلة.
- 6- الشكوكية: على المعلم أن يعرف أن الإبداع يسير في خلد لا منته فعلى الطالب أن يكون شاككاً في الحلول.
- والمعالجات التي طرحت للمشكلة حتى ينتج أشياء أخرى.
- 7- يجب عرض مشكلات واقعية من داخل المجتمع وتمس حياة الفرد على أن تكون المشكلة محددة وليست عامة.

دور المدرسة في تنمية الإبداع³⁶

- بيئة تعلم مرنة يمكن للطلبة فيها أن يعبروا عن أنفسهم بحرية وإيجابية.
- قائمة غنية بمشاريع لمواد دراسية مثل العلوم واللغات والرياضة.
- التعلم عن طريق الخدمة العامة كجزء طبيعي من المنهج.
- التعلم بالممارسة العملية (معسكرات صيفية تعطي المتعلمين الفرصة للتدريب على ما تعلموه).
- طرق خاصة لتقييم وتقدير الإبداع.

منشعل التفكير الإبداعى فى المدرسة هو من:

- يملك فلسفة بناءة.
- يخلق بيئة تعلم مفيدة تحفز الطلاب على حب الاستطلاع.
- يقوم بتنفيذ طرق ملائمة، وينشئ ويستخدم وسائل تشجع على التفكير الإبداعى وتقنيات تقييمه.

دور المعلم فى تنمية الإبداع

أن يكونوا قدوة للمتعلمين لكي يصبحوا مبدعين.

- أن يستخدموا خيالهم.
- التفكير فى قصص شيقة وابتكار طرق متنوعة لتناول المواضيع المادية.
- إضفاء جو من المرح أثناء الدرس بطريقة مناسبة.
- ربط المحتوى بعالم الواقع.
- التشجيع على ضبط النفس والنظام الذاتى.

ممارس المنهج الإبداعى:

- يتابع باستمرار ردود أفعال الطلاب تجاه المواد الدراسية، لكي يفهم طريقة اختزان المعرفة وتذكرها من قبل الأطفال.

على سبيل المثال:

- التعرف على الوحدات أو المواضيع الأكثر قبولاً عند الطلاب، وتلك التى لا تقسم بذلك، وتحديد السبب.
- كيف يمكننا أن نطور بنية / تقديم المواضيع؟
- بالاستخدام التفاعلى للوحدات؟ (مثلاً الكتابة الإبداعية).
- بإضفاء جو من المرح.
- بالمشاريع الشيقة (العلمية، الخدمة العامة).

- 3- **الطلاقة (Fluency)** هي القدرة على إنتاج أكبر عدد ممكن من الأفكار في فترة محددة، بمعنى إنتاج العديد من الاستجابات أو الحلول للأسئلة أو المشكلات مفتوحة النهايات.
- 4- **الحساسية للمشكلات (Sensitivity to Problem)** هي قدرة الشخص على رؤية الكثير من المشكلات في الموقف الواحد الذي قد لا يرى فيه شخص آخر أية مشكلات.
- 5- **الإفاضة (التفاصيل أو التوسع أو الإثقان) Elaboration**: وتعني القدرة على إثقان أو إحكام التفاصيل المتعلقة بفكرة ما وتطويرها وجعلها قابلة للتنفيذ.
- 6- **التخيل أو التصور البصري (Visualization)**: وتتمثل في القدرة على التخيل أو المعالجة العقلية للصور والأفكار والتوليف بينها من زوايا وجوانب متعددة داخلية وخارجية، بحيث ينظمها في صور وأشكال لا خبرة للفرد بها من قبل.
- 7- **التحويلات (Transformation)**: وتتمثل في القدرة على تغيير الأشياء أو الأفكار التقليدية إلى أشياء أو أفكار جديدة بهدف الوصول إلى معاني أو تطبيقات أو تضمينات أو منطومات أو اشتقاقات أو توليفات جديدة.
- 8- **الحس (Intuition)**: وتتمثل في القدرة على إدراك ورؤية العلاقات وعلى استنتاجات أو تخمينات اعتماداً على معلومات جزئية أو ناقصة.
- 9- **التركيب (Synthesis)**: وتتمثل في القدرة على تجميع الأجزاء أو الأفكار التي تبدو أقل ارتباطاً في تراكيب أو أبنية أو توليفات جديدة.
- 10- **التقويم (Evaluation)**: وهي عملية استمرار معالجة الفكرة بشكل متعاقب ومستمر ومعالجتها بالتحليل والتحقيق والتجريب والاختبار العملي.
- 11- **سرعة البديهة (Intuition)**: وتبدو في الإضافات التي يضيفها الفرد على الفكرة الواحدة ليكمل منها فكرة معقدة متشعبة مليئة بالاستجابات، كالتعليقات على الرسوم والصور والأشكال، من قبيل: أغرب تعليق، أظرف تعليق.
- 12- **الاحتفاظ بالاتجاه ومواصلته Maintaining Direction**: وهي تمنى مقاومة المشتتات، وأن يظل المبدع موحها نحو حل المشكلة الأصلية.

13 - تحليل المضمون Content Analysis : هو أسلوب بحث يطبق للوصول

إلى وصف كمي هادف ومنظم للمضمون المراد تحليله ، بفرض التوصل إلى مدى شيوع ظاهرة أو أحد المفاهيم أو فكرة أو أكثر في المضمون محل التحليل.

14 - القدرة على الفلق Closure : وهي تعني تأجيل إتمام مهمة معينة لمدة زمنية تسمح بالتأجيل من أجل إمكانية التوصل إلى إنتاج أفكار أصيلة.

التفكير (المصف الذهني): Brain Storming

المصف الذهني هو موقف تعليمي يستخدم من أجل توليد أكبر عدد من الأفكار للمشاركين في حل مشكلة مفتوحة خلال فترة زمنية محددة في جو تسوده الحرية والأمان في طرح الأفكار بعيداً عن المصادر والتقييم أو النقد. ومن خلال القيام بعملية المصف الذهني حسب القواعد والمراحل السابقة أثبت المصف الذهني نجاحه في كثير من المواقف التي تحتاج إلى حلول إبداعية لأنه يتسم بإطلاق أفكار الأفراد دون تقييم، وذلك لأن انتقاد الأفكار أو الإسراف في تقييمها خاصة عند بداية ظهورها قد يؤديان إلى خوف الشخص أو إلى اهتمامه بالكيف أكثر من الكم فيبدل تفكيره وتنخفض نسبة الأفكار المبدعة لديه. وهذا يوضح أهمية عملية المصف الذهني في تنمية التفكير الإبداعي وحل المشكلات.

تعد إستراتيجية المصف الذهني أكثر المنهجيات شيوعاً واستخداماً في الميدان التربوي لتنمية التفكير الإبداعي وهي إستراتيجية تدريس يقوم المعلم خلالها بتقسيم طلاب الفصل إلى أكثر من مجموعة ثم ي طرح عليهم مشكلة تتعلق بموضوع الدرس ، بعدها يقوم الطلاب بإعطاء حلول متنوعة للمشكلة ويرحب بها كلها مهما كانت، ويقوم قائد المجموعة بتسجيل كل الأفكار على أن لا يسمح بنقد وتقويم تلك الأفكار إلا في نهاية الجلسة بواسطة المعلم والطلاب، ويقصد به توليد وإنتاج أفكار وآراء إبداعية من الأفراد والمجموعات لحل مشكلة معينة، وتكون هذه الأفكار والآراء جيدة ومفيدة. أي وضع الذهن في حالة من الإثارة والجاهزية للتفكير في كل

الاتجاهات لتوليد أكبر قدر من الأفكار حول المشكلة أو الموضوع المطروح، بحيث يتاح للفرد جو من الحرية يسمح بظهور كل الآراء والأفكار.

أما عن أصل كلمة عصف ذهني (حفز أو إثارة أو إملطار للعقل) فإنها تقوم على تصور حل المشكلة على أنه موقف به طرفان يتحدى أحدهما الآخر، العقل البشري (المخ) من جانب والمشكلة التي تتطلب الحل من جانب آخر. ولا بد للعقل من الالتفاف حول المشكلة والنظر إليها من أكثر من جانب، ومحاولة تدلويقها واقتحامها بكل السبل الممكنة. أما هذه السبل فتتمثل في الأفكار التي تتولد بنشاط وسرعة تشبه العاصفة وهناك أربع قواعد أساسية للتفاكر هي³⁸:

1- النقد الموجل: وهذا يعني أن الحكم المضاد للأفكار يجب أن يوجل حتى وقت لاحق حتى لا نكتب أفكار الآخرين وندعهم يمبرون عنها ويشمرون بالحرية لكي يمبروا عن أحاسيسهم وأفكارهم بدون تقييم.

2 - الترحيب بالانطلاق الحر: فكلما كانت الأفكار أشمل وأوسع كان هذا أفضل.

3- الكم مطلوب: كلما ازداد عدد الأفكار ارتفع رصيد الأفكار المفيدة.

4 - التركيب والتلويز عاملان يكون السمي لإحرازهما: فالمشتركون بالإضافة إلى مساهمتهم في أفكار خاصة بهم يخمنون الطرق التي يمكنهم بها تحويل أفكار الآخرين إلى أفكار أكثر جودة أو كيفية إدماج فكرتين أو أكثر في فكرة أخرى أفضل.

ويرى (ديفيز Davis 1986) أن عملية التفاكر (العصف الذهني) هامة لتنمية التفكير الإبداعي وحل المشكلات لدى الطلاب للأسباب الآتية³⁹:

1- للتفاكر جاذبية بديهية (حدسية): حيث إن الحكم الموجل للتفاكر ينتج المناخ الإبداعي الأساسي عندما لا يوجد نقد أو تدخل مما يخلق مناخاً حراً للجاذبية البديهية بدرجة كبيرة.

³⁸ HATON, HENRI, 1966, *Le développement de la pensée créative*, XII 1999, *Le livre de la*

la pensée

³⁹-Davis, G.A., *Creativity is for Ever*, 2nd ed, Dbugue, LA, Kendall & Hunt Publishing Company, Inc., 1986

2- التفكير عملية بسيطة: لأنه لا توجد قواعد خاصة تقيد إنتاج الفكرة ولا يوجد أي نوع من النقد أو التقييم.

3- التفكير عملية مسلية: فعلى كل فرد أن يشارك في مناقشة الجماعة أو حل المشكلة جماعياً والفكرة هنا هي الاشتراك في الرأي أو المزج بين الأفكار الغريبة وتركيبها.

4- التفكير عملية علاجية: كل فرد من الأفراد المشاركين في المناقشة تكون له حرية الكلام دون أن يقوم أي فرد برفض رأيه أو فكرته أو حله للمشكلة.

5- التفكير عملية تدريبية: فهي طريقة هامة لاستثارة الخيال والمرونة والتدريب على التفكير الإبداعي.

وتمر عملية المصف الذهني بثلاث مراحل هي⁴⁰:

المرحلة الأولى: ويتم فيها توضيح المشكلة وتحليلها إلى عناصرها الأولية التي تحتوي عليها، تبويب هذه العناصر من أجل عرضها على المشاركين الذين يفضل أن تتراوح أعدادهم ما بين (10 - 12) فرداً، ثلاثة منهم على علاقة بالمشكلة موضوع التفكير والآخرين يمدوا الصلة عنها، ويفضل أن يختار المشاركون رئيساً للجلسة يدير الحوار ويكون قادراً على خلق الجو المناسب للحوار وإثارة الأفكار وتقديم المعلومات وينسم بالفكاهة، كما يفضل أن يقوم أحد المشاركين بتسجيل كل ما يمرض في الجلسة دون ذكر أسماء (مقرر الجلسة).

المرحلة الثانية: ويتم فيها وضع تصور للحلول من خلال إدلاء الحاضرين بأكثر عدد ممكن من الأفكار وتجميعها وإعادة بنائها (يتم العمل أولاً بشكل فردي ثم يقوم أفراد المجموعة بمناقشة المشكلة بشكل جماعي مستفيدين من الأفكار الفردية وصولاً إلى أفكار جماعية مشتركة). وتبدأ هذه المرحلة بتذكير رئيس الجلسة للمشاركين بقواعد التفكير وضرورة الالتزام بها وأهمية تجنب النقد وتقبل أية فكرة ومتابعتها.

المرحلة الثالثة: ويتم فيها تقديم الحلول واختيار أفضلها.

⁴⁰ - روشكا الكسندر 1989، الإبداع العلم والخاص، ترجمة: غسان نوافخر، مكتبة علم المعرفة، الكويت.

خطوات استراتيجية العصف الذهني مع مثال:

أولاً: المشكلة (موضوع الجلسة): المطلوب (عدة أمثلة) لعدد من مختلفين مجموعهما نفس حاصل ضربيهما.

1- تحديد ومناقشة المشكلة (موضوع الجلسة): المطلوب منكم أن تجدوا لي أعداد حاصل جمعها نفس حاصل ضربها، هنا يقوم رئيس الجلسة بمناقشة المشاركين حول موضوع الجلسة لإعطاء مقدمة نظرية مناسبة لمدة (5 دقائق).

2- إعادة صياغة المشكلة: يعيد رئيس الجلسة صياغة المشكلة في (5 دقائق) على النحو التالي: أي مطلوب أعداد s ، s بحيث $s + s = s \times s$ ، و $s \neq s$ والمطلوب عدد كثير من الأمثلة.

3- تهيئة جو الإبداع والمصنف الذهني: يقوم رئيس الجلسة بشرح طريقة العمل وتذكير المشاركين بقواعد العصف الذهني لمدة (5 دقائق):

- أعرض أفكارك بغض النظر عن خلطها أو صوابها أو غرابتها.
- لا تنتقد أفكار الآخرين أو تعترض عليها.
- لا تسهب في الكلام وحاول الاختصار ما استطعت.
- يمكنك الاستفادة من أفكار الآخرين بأن تستنتج منها أو تطورها.
- استمع لتعليمات رئيس الجلسة ونفذها.
- أعد فرصة لمقرر الجلسة لتكوين أفكارك.

4- تعيين مقرر للجلسة ليدون الأفكار.

5- يطلب من المشاركين البدء أفكارهم إجابة عن الأسئلة لمدة (40 دقيقة).

6- يقوم مقرر الجلسة بكتابة الأفكار متسلسلة على سبورة معدنية أمام المشاركين.

• طالب: ماذا عن $2 + 2 = 2 \times 2$ لهما نفس الناتج 4.

• المدرس: نعم لنسجل هذا المثال هل من توصل إلى مثال آخر.

• طالب آخر: $0 + 0 = 0 \times 0$ والناتج أيضا صفر.

• طالب آخر: أرجوا أن ينتبه الطلاب أنت قلت يا أستاذ عددين مختلفين وهذه الأمثلة لا تصح.

• المدرس: هذا صحيح أعيدوا التفكير في المطلوب.

• طالب: لا يوجد عددين تتطابق عليهما هذه الحالة حيث لو أخذنا عددين مختلفين ، 4 و 3 سيكون مجموعهما 7= ، وضربهما 12 أي حاصل الضرب دائما يكون أكبر من حاصل الجمع.

• طالب آخر: مهلا كلامك غير صحيح ليس دائما الضرب أكبر من الجمع.

• طالب الذي تكلم: وكيف أعطني مثال.

• الطالب: $1 + 1 < 1 \times 1$

• الطالب: هذا صحيح

• المدرس: المطلوب منكم عدم التسرع.

• طالب آخر: هل توجد مثل هذه الأعداد يا أستاذ.

• المدرس (مع الابتسامة) وبكثرة جدا بل أقول لكم لا أحد يستطيع عدها.

• طالب آخر: اعتقد توصلت إلى شيء المدرس قال لنا أعداد ولم يحدد إلا طليعية لماذا لا نجرب الكسور.

• المدرس: فعلا جربوا الكسور (الأعداد النسبية).

• طالب:

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \quad \text{ولكن} \quad \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

هنا الجمع يصبح أكبر من الضرب دائما ، عفوا لربما تسرعت في هذا الكلام أقصد

أكبر في هذا المثال فقط ولربما يصح على مثال آخر هل يعرف أحد مثال يعطي

المكس.

$$\frac{35}{2} - \frac{7}{2} - \frac{5}{2} \quad \text{ولكن} \quad \frac{12}{2} - \frac{7}{2} + \frac{5}{2}$$

هنا الضرب أكبر من الجمع.

- الطالب: هذا صحيح.
- طالب آخر: كيف هذه الأرقام — ، $\frac{5}{2}$ ، هذه أعداد كسرية
- المدرس: ولما لا أليست أعداد نسبية.
- طالب آخر: أنت حلها يا أستاذ.
- أغلب الطلبة اعترضوا: لا لا دعنا نفكر.
- 7- يقوم رئيس الجلسة بتحفيز المشاركين إذا ما لاحظ أن معين الأفكار قد نضب لديهم كأن يطلب منهم تحديد أغرب فكرة وتطويعها لتصبح فكرة عملية أو مطالبتهم بإمعان النظر في الأفكار المطروحة والاستنتاج منها أو الربط بينها وصولاً إلى فكرة جديدة.
- المدرس: وأنا متأكد سوف تصلون إلى الحل، واستقدا من الفكرة الأخيرة الأعداد الكسرية
- طالب نعم لنركز على آخر الحل الذي جاء بأعداد كسرية (أي الكسور المختلفة) فلقد لاحظنا مرة يكون الجمع اكبر ومرة اصغر فكروا الآن بالتساوي.
- طالب آخر: وجربوا عدد صحيح مع كسر مختلف.
- بدأ الطلاب بعضهم لوحده والبعض الآخر مشتركين يكتبون ويجربون بالورقة والقلم وبعد صمت قليل.
- وجدت مثالا وتحقق منه وهو
- طالب: $3 + \frac{9}{2} = \frac{3}{2} + \frac{9}{2}$ وكذلك $3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \times \frac{3}{2}$
- المدرس: هذا صحيح نريد المزيد أيها الأبطال.
- طالب: $4 + \frac{16}{3} = \frac{4}{3} + \frac{16}{3}$ وكذلك $4 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \times \frac{4}{3}$
- طالب: $5 + \frac{25}{4} = \frac{5}{4} + \frac{25}{4}$ وكذلك $5 \times \frac{5}{4} = \frac{25}{4} \times \frac{5}{4}$

• طالب آخر : كلامك كان صحيحا يا أستاذ الآن أقدر أن أضرب أمثلة أخرى لا تمد ولا تحصى.

• المدرس: وكيف؟

الطالب: عندما أضيف واحد على العدد الصحيح الأول، أضيف واحد على كل من البسط والمقام للعدد الثاني.

• المدرس: قم بإيضاح فكرتك على السبورة

• الطالب: $\frac{36}{5} = \frac{6}{5} + 6$ وكذلك $\frac{36}{5} = \frac{6}{5} \times 6$

$\frac{49}{6} = \frac{7}{6} + 7$ وكذلك $\frac{49}{6} = \frac{7}{6} \times 7$

$\frac{64}{7} = \frac{8}{7} + 8$ وكذلك $\frac{64}{7} = \frac{8}{7} \times 8$

وهكذا يا أستاذ نحصل على أمثلة غير محدودة لعددتين مختلفتين حاصل جمعهما يساوي حاصل ضربهما.

المدرس: أحسنتم بمجهودكم التعاوني والفردى توصلتم لحل المشكلة.

8- التقييم: يقوم رئيس الجلسة بمناقشة المشاركين في الأفكار المطروحة لمدة (40 دقيقة) من أجل تقييمها وتصنيفها إلى:

- أفكار أصيلة ومفيدة وقابلة للتطبيق.
- أفكار مفيدة ولكنها غير قابلة للتطبيق المباشر وتحتاج إلى مزيد من البحث أو.....

- أفكار مستثناة لأنها غير عملية وغير قابلة للتطبيق.

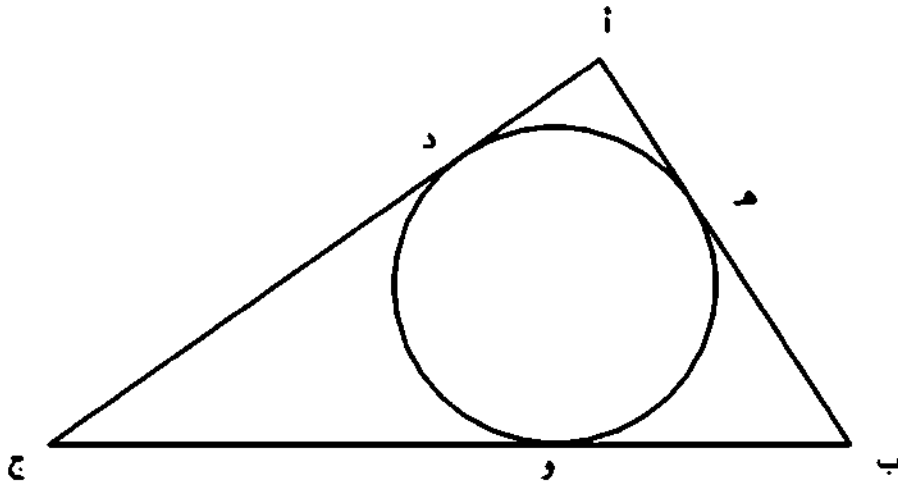
9- يلخص رئيس الجلسة الأفكار القابلة للتطبيق ويعرضها على المشاركين لمدة (10 دقائق).

وتعد الهندسة مجالا خصبا لتنمية التفكير الإبداعي من خلال إيجاد عدة حلول لسؤال الواحد:-

حيث يدرّب المعلم طلابه على حل المسألة بأكثر من طريقة وفيما يلي عرض للمسألة والتي تعتمد على نظرية المماسين المرسومين من نقطة خارج الدائرة، ويكونان متساويان في الطول، وإجابات مختلفة من قبل الطلبة.

المسألة: رسمت دائرة مركزها (م)، ورسم لها ثلاثة مماسات أب، ب ج، أ ج، ومست الدائرة في النقاط الآتية على الترتيب هـ، و، د، وقد تلاقت هذه المماسات وشكلت المثلث أب ج، طول أب = 5 سم، ب ج = 8 سم، أ ج = 7 سم، جد طول أهـ، هـ ب، ب و، وجـ، دجـ، أدـ (اعتمد الحل إذا رسم مماسان لدائرة من نقطة خارجية عنها فالمماسان متساويان بالطول)

(أ) طريقة الطالب 1: (الاعتماد على تكوين 3 معادلات جبرية، وحلها بالحذف والتعويض،



$$أهـ = أد = س$$

$$ب هـ = ب و = ص$$

$$دج = وج = ع$$

$$\text{لكن } س + ص = 5$$

$$ص + ع = 8$$

$$س + ع = 7$$

بحل المعادلات الثلاثة بالحذف والتعويض ينتج أن س = 2 سم، ص = 3 سم، ع =

$$5 \text{ سم}$$

$$أهـ = أد = 2$$

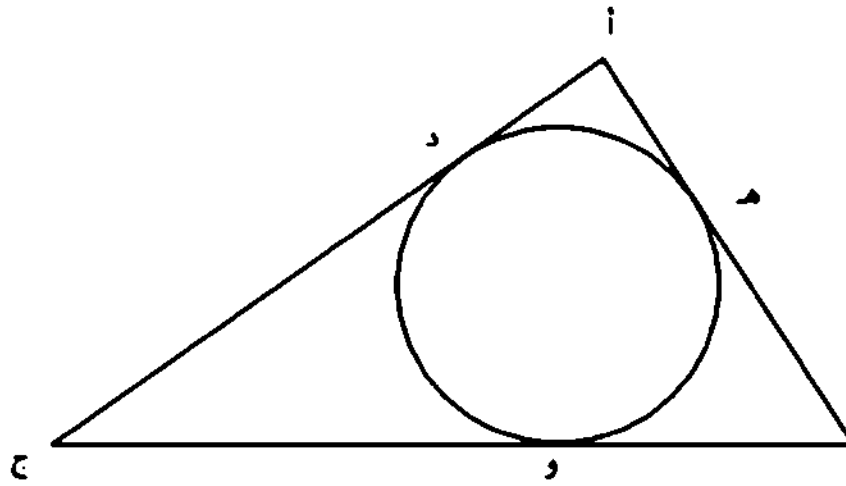
$$ب هـ = ب و = 3$$

$$دج = وج = 5 \text{ وهو المطلوب.}$$

(ب) طريقة الطالب 2: الاعتماد على ربط المتغيرات بمتغير واحد (س).

$$أهـ = أد = س$$

$$ب هـ = ب و = 5 - س$$



دج = وج = 7 - س

ب و + وج = 8 معلوم

5 - س + 7 - س = 8

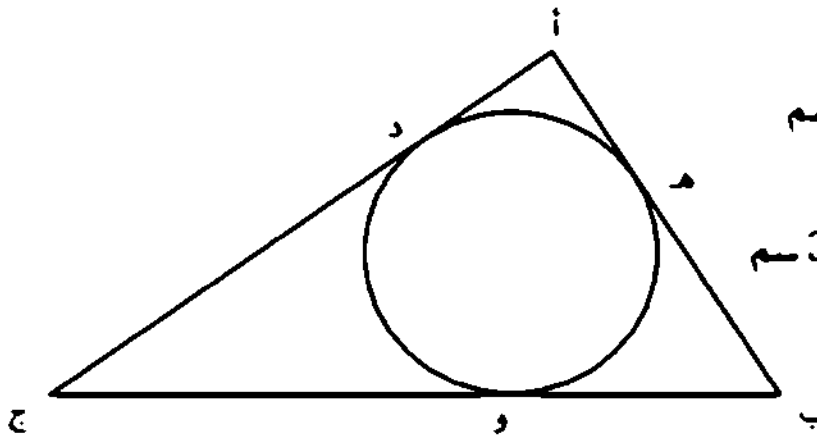
ومنها س = 2 سم أي:

أه = اد = 2 سم ب

ب هـ = ب و = 3 سم

دج = وج = 5 سم وهو المطلوب.

(ج) طريقة الطالب 3: (تعتمد على التجريب والتخمين الذكي - المحاولة والخطأ -)



طول ب ج = 8 سم

لو فرضنا أن طول و ج = 5 سم

يكون ب و = 3 سم

وعليه يكون ب و = ب هـ = 3 سم

و ج = ج د = 5 سم

وعليه فإن أه، 7 - 5 = 2

اد = 2 سم

ومن الملاحظ أن ما يكون تفكيراً ابتكارياً لطالب، قد يكون تفكيراً بسيطاً أو تذكر الطالب

آخر وما يكون تفكيراً ناقداً للطلاب، قد يكون تفكيراً بسيطاً أو تذكراً للطلاب آخر، وما يكون

تفكيراً إبداعياً للطلاب قد يكون تفكيراً ناقداً للطلاب آخر وبالعكس علماً أن التفكير يعتمد على المرحلة العمرية والمقلية، ومدى صعوبة المسألة وسهولتها، والصعوبة في الفصل بين التفكير الناقد والتفكير الإبداعي بسبب تأثيرهما، واعتمادهما على بعض.

مواقف العصف الذهني:

- 1- عوائق إدراكية تتمثل بتبني الإنسان لطريقة واحدة بالتفكير والنظر إلى الأشياء.
 - 2- عوائق نفسية وتتمثل في الخوف من الفشل.
 - 3- عوائق تتعلق بشعور الإنسان بضرورة التوافق مع الآخرين.
 - 4- عوائق تتعلق بالتسليم الأعمى للافتراضات.
 - 5- عوائق تتعلق بالخوف من اتهامات الآخرين لأفكارنا بالسخافة.
 - 6- عوائق تتعلق بالتسرع في الحكم على الأفكار الجديدة والغريبة.
- العناصر التي تساعد في نجاح عملية العصف الذهني منها:

- 1- وضوح المشكلة مدار البحث وما يتعلق بها من معلومات ومعارف لدى المشاركين وقائد النشاط قبل جلسة العصف.
- 2 - وضوح مبادئ وقواعد العمل والتقيّد بها من قبل الجميع،، بحيث يأخذ كل مشارك دوره في طرح الأفكار دون تعليق أو تجريح من أحد. (وقد يكون من الضروري توعية المشاركين في جلسة تمهيدية وتدريبهم على إتباع قواعد المشاركة والالتزام بها طوال الجلسة).

- 3 - خبرة قائد النشاط و جديته وقناعته بقيمة أسلوب المصنف الذهني كأحد الاتجاهات المعرفية في حفز الإبداع ، ، بالإضافة إلى دوره في الإبقاء على حماس المشاركين في أجواء من الالتمتان والاسترخاء والانطلاق.
- 4 - معرفة المشاركين أنه كلما زاد عدد الأفكار المقترحة منهم كلما زاد احتمال بلوغ قدر أكبر من الأفكار الإبداعية.
- 5 - وفي نهاية الجلسة تكتب قائمة الأفكار التي طرحت و توزع على المشاركين لمراجعة ما تم التوصل إليه. وقد يساعد هذا الإجراء على استكشاف أفكار جديدة و دمج أفكار موجودة تمهيدا لجلسة التقييم ، التي قد تعقب جلسة توليد الأفكار مباشرة و قد تكون في وقت لاحق.
- 6 - وينبغي ملاحظة أن المشاركين في جلسة التقييم ليسوا بالضرورة هم الذين شاركوا في جلسة توليد الأفكار ، وربما كان من الأفضل إشراك آخرين من خارج المجموعة الأولى ، ولاسيما إذا كانوا معنيين بمسؤولية تنفيذ الحلول التي سوف يتم التوصل إليها ، أو كان لهم دور ما في تنفيذها.
- 7 - ستحسن أن يكون عدد المشاركين ما بين (6 - 12) شخصا وألا يقل عن ستة مشاركون.
- 8 - يستحسن أن يسود الجلسة جو من خفة الظل والمتعة.
- 9 - يجب قبول الأفكار غير المألوفة أثناء جلسة المصنف الذهني وتشجيعها دون تقويم أو نقد.

تنمية التفكير الإبداعي لدى الطلبة:

- 1 - إتاحة الفرصة للطلبة الإجابة وتجريب بأنفسهم وإعطائهم أسئلة تتطلب تفكير ومشكلات مفتوحة.
- 2 - تشجيع الطلاب على إنتاج أشياء جديد أو حلول مبتكرة.
- 3 - إعطاء الفرصة للطلبة أن يتعلموا مع بعض وتشجيع الحوار مع بعضهم.
- 4 - عدم تقديم حلول نهائية وكاملة على السبورة لينقلها الطلبة .

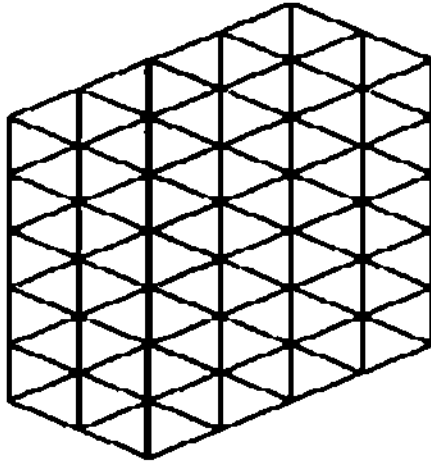
مثال 3: أ، ب نقطتان على نهاية قطعة مستقيم أوجد نقطة (ج) على قطعة المستقيم أ ب بحيث أ ج = ج ب وما عدد الحلول التي نستطيع إيجادها؟
الجواب: نضع ج منتصف المسافة وهو الحل الوحيد

أ	ج	ب
---	---	---

س 39: هل من الممكن أن نبتكر مثال مشابه ولكن يكون فيه عدد الحلول لا نهائي؟
س 40: لاحظ الأمثلة الآتية وستنتج الرابط الذي يجمعها؟ (اكتشاف نمط)

12 × 12 =	144
21 × 21 =	441
13 × 13 =	169
31 × 31 =	961
113 × 113 =	12769
311 × 311 =	96721
201 × 201 =	40401
102 × 102 =	10404
301 × 301 =	90601
103 × 103 =	10609
1003 × 1003 =	1006009
3001 × 3001 =	9006001

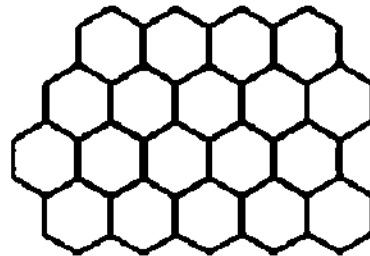
مثال 4: لو أردنا بناء متكون من قطع مضلعة الشكل منتظمة (مثلث، مربع، شكل خماسي، سداسي، سباعي، ثماني، ...) ونريد البناء يتكون من تكرار المضلع المنتظم عدة مرات، دون وجود مسافات بينهم، ودون تداخل الأشكال. يتم تعريف المضلع المنتظم بأنه الشكل الذي تكون فيه كافة الجوانب متساوية والزوايا التي تكونها من جوانب متجاورة جميعها متساوية. مثل المثلث المتساوي الأضلاع، فتكون الجوانب الثلاثة جميعها بنفس الطول ويكون قياس كل من الزوايا الداخلية 60 درجة، ويكون البناء من القطع المثلثة كما في الآتي:



الآن هل من الممكن عمل الشيء ذاته من مضلعات أخرى؟

ويكون الجواب نعم: هب القلع سداسية الشكل تلتقي ثلاثة أشكال سداسية (سداسي الزوايا والأضلاع) قياس كل من زواياها الداخلية 120 درجة، في كل نقطة من قلع البناء السداسية الشكل. ثلاث زوايا قياس كل منها 120 درجة يشكل مجموعها 360 درجة أيضاً.

لا يمكن استخدام الشكل الثماني الأضلاع لقلعة البناء منتظمة. قلع عدداً من الأشكال ذات الثمانية أضلاع وجرب ذلك. إن قياس الزوايا الداخلية للشكل الثماني الأضلاع هو 135 درجة. زاويتان منهما تشكل ما مجموعه 270 درجة وثلاث منها تكون 405 درجات. ليس هناك طريقة للحصول على مجموع 360 درجة ولذلك لا توجد طريقة للحصول على مضلع ثماني الشكل يلتقي في نقطة دون مسافات أو تداخل.



ويود الكاتب أن يطلع القاري الكريم على الموضوع الأتي ذا الصلة:

النحل وروعة البناء الهيكلي في خلاياه

النحل هذه الخلايا معروفة للجميع ، و هو الشكل السداسي . ولكن هل فكر أحدكم يوماً لماذا لا يبني النحل خلاياه بشكل ثماني أو خماسي الأضلاع ؟
لقد توصل علماء الرياضيات الذين سموا للإجابة على هذا السؤال إلى نتيجة مثيرة: إن الشكل السداسي هو أنسب الأشكال الهندسية التي تحقق استخدام أكبر قدر من المساحة المتاحة .

فالخلية سداسية الشكل تحتاج لأقل كمية من الشمع لبنائها ، بينما تسمح بتخزين أكبر كمية من العسل وهذا الموضوع له تطبيقات في الرياضيات تحت مفهوم تطبيقات النهايات العظمى والصغرى أي النحل يستخدم أنسب الأشكال الهندسية الممكنة .

أما النظام المستخدم في بناء الخلايا الشمعية فهو مذهل كذلك: فالنحل يبدأ في بناء الشكل السداسي من مكانين أو ثلاثة أماكن مختلفة ، ثم يبدأ في حبك سلسلة الخلايا في آن واحد من هذين المكانين أو الأماكن الثلاثة . وعلى الرغم من أن النحل يبدأ من أماكن مختلفة فإنه - على كثرة عدده - يبني الأشكال السداسية بتطابق تام ، ثم ينسج الخلايا الشمعية بتجميع هذه الأشكال مع بعضها البعض و الالتقاء في منطقة الوسط تماماً . وتظهر نقاط التحام هذه الأشكال السداسية مهارة فائقة ، بحيث لا يلاحظ أبداً أن هذه الأشكال قد التحمت ببعضها البعض تدريجياً .

و برزيتنا لهذا الأداء الرائع البديع لا يسمنا إلا التسليم بوجود إرادة مدبرة عظيمة هي المسؤولة عن توجيه هذا الكائن الحي ، فهذا يعني أن هناك حكمة وقوة عظيمة تهيمن على جميع هذه المخلوقات الدقيقة ، فإن الله سبحانه و تعالى الذي خلق تلك المخلوقات الدقيقة قد (ألهما ذلك ففي قوله تعالى: { وَأَوْحَىٰ رَبُّكَ إِلَى النَّحْلِ أَنِ اتَّخِذِي مِنَ الْجِبَالِ بُيُوتًا وَمِنَ الشُّجَرِ وَمِمَّا يَعْرِشُونَ ♦ ثُمَّ كُلِّي مِنْ كُلِّ الثَّمَرَاتِ فَاسْلُكِي سُبُلَ رَبِّكِ ذُلًا يَخْرُجُ مِنْ بُطُونِهَا شَرَابٌ مُخْتَلَفٌ ألْوَانُهُ فِيهِ شِفَاءٌ لِلنَّاسِ إِنَّ فِي ذَٰلِكَ لَآيَةً لِّقَوْمٍ يَتَفَكَّرُونَ } (النحل 68- 69)

بلورة الثلج السداسية

عندما يتفحص المرء بلورات الثلج يرى أشكالاً متعددة و مختلفة فيما بينها. ويعتقد الباحثون أن متراً مكعباً من الثلج يحتوي على 350 مليون بلورة، إن الشكل المضلع السداسي للبلورة الثلجية، و التي لها أنواع مختلفة من ناحية التناسق و التماثل فيما بينها، يعد دليلاً على الإبداع الإلهي في الخلق، فحبة الثلج تتألف من أكثر من مئتي بلورة ثلجية، والبلورات الثلجية هي عبارة عن مجموعة من جزيئات من الماء مرتبة و منظمة بتناسق باهر فيما بينها، و توصف هذه البلورات الثلجية بأنها بناء معماري بارع جداً، و هي تشكل عندما يمر بخار الماء خلال السحاب متعرضاً للبرودة، و يحدث هذا الأمر كالآتي:

يحتوي بخار الماء على جزيئات الماء التي تكون منتشرة بصورة عشوائية، و عندما تمر بين السحاب تتعرض للبرودة و بالتالي يقل نشاطها، و هذه الجزيئات التي أصبحت حركتها بطيئة تميل إلى التجمع فيما بينها ثم تتحول إلى جسم صلب، و لكن هذا التجمع لا يكون عشوائياً أبداً، بل على العكس إنه دائماً يكون باتحاد جزيئات الماء لتكوين مضلعات سداسية مجهرية منتظمة الشكل.

و كل قطعة ثلج تتكون من مرحلة أولى من مضلع سداسي و يتبلور من جزيئات الماء، و من ثم تأتي باقي المضلعات السداسية المتبلورة لتلتحم بالبلورة الأولى، و العامل الرئيسي في طريقة تشكيل هذه البلورة الثلجية هو الالتصاق المتسلسل لهذه المضلعات السداسية بعضها ببعض تماماً مثلما تتحد حلقات السلسلة الواحدة.

و المفترض في هذه البلورات هو أن تتخذ الشكل نفسه مهما اختلفت الحرارة و الرطوبة، و لكن الذي يحصل هو أن شكلها يختلف باختلافهما، لماذا توجد هذه البلورات المتناسقة ذات الشكل المضلع السداسي في كل قطعة ثلج؟ ولماذا تأخذ شكلاً مختلفاً إحداها عن الأخرى؟ لماذا تكون حواف هذه الأشكال ذات زوايا بدلاً

من أن تكون مستقيمة؟ ولا زال العلماء مستمرين في أبحاثهم سعيًا وراء العثور عن الأجوبة و لكن الحقيقة الواضحة أن الله فاطر السماوات و الأرض هو الذي خلق كل شيء و سواء لا شريك له و هو الأحد الصمد⁴².

والآن عودة إلى الموضوع الأصلي لقطع البناء مضلعة الشكل منتظمة (مثلث، مربع، شكل خماسي، سداسي، سباعي، ثماني، ...) وعرفنا أن قطع المثلثات والشكل السداسي لا تكون بينهما فراغات و لنوجه السؤال الآتي:

س41: هل من الممكن عمل الشيء ذاته من مضلعات أخرى ؟ أورد كافة الاحتمالات.

س42: شخص أراد قطع مسافة معينة بين مدينتين وقاد سيارته بسرعة ثابتة طوال الرحلة ولاحظ بعد بداية سفرته بفترة معينة لاحظ لوحة تشير أن المسافة التي قطعها متكونة من عدد مكون من مرتبتين وبعد ساعة واحدة لاحظ لوحة أخرى استنتج منها أن المسافة التي قطعها متكونة من عدد من مرتبتين نفس المسافة الأولى ولكن بعكس الترتيب، وبعد مضي ساعة أخرى كانت المسافة قد أصبحت تساوي عدد من ثلاثة مراتب نفس عدد المسافة الأولى ولكن بينهما صفر احسب المسافة بين المدينتين وسرعة السيارة؟

مثال 5: لو أخذنا العددين 2 , 2 فإن مجموع مقلوبيهما يساوي واحد.

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

لو أخذنا الأعداد 2 , 3 , 6 فإن مجموع مقلوب تلك الأعداد يساوي واحد.

$$1 = \frac{1+2+3}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

و لو أخذنا أربع أعداد هي 2, 3, 8, 24 يكون كذلك مجموع مقلوب الأعداد يساوي واحد.

$$1 = \frac{1+3+8+12}{24} = \frac{1}{24} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

ولو أخذنا الأعداد خمسة أعداد مثل: 2, 4, 8, 12, 24

$$1 = \frac{1+2+3+6+12}{24} = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

س43: بالنسبة لعددین لا يوجد سوى المثال المذكور حاول أن تأتي بنماذج أخرى من ثلاثة أعداد، أربعة أعداد، خمسة أعداد لها نفس الخاصية أعلاه حيث توجد احتمالات كثيرة؟

س44: إذا كانت $2 - 9$ س $6 + 0$

$$\frac{36}{2} + 2$$

فما قيمة س

مثال 6: أي عدد (من مرتبتين) ممكن كتابته: - عدد مضروب $\times (9) +$ (مجموع عددين)

مثال 1: العدد 27 يكتب بصورة: $27 = 9 \times 2 + (7 + 2)$

مثال 2: العدد 21 يكتب بصورة: $21 = 9 \times 2 + (2 + 1)$

مثال 3: العدد 50 يكتب بصورة: $50 = 9 \times 5 + (5 + 0)$

مثال 4: العدد 11 يكتب بصورة: $11 = 9 \times 1 + (7 + 2)$

مثال 5: العدد 88 يكتب بصورة: $21 = 9 \times 8 + (8 + 8)$

مثال 6: العدد 53 يكتب بصورة: $53 = 9 \times 5 + (5 + 3)$

س54: هل عرفت على أي قاعدة تكتب فيها الأعداد؟

مثال 7: أي عدد (من ثلاثة مراتب) ممكن كتابته: عدد مضروب $\times (9)$ + (مجموع مراتبه الثلاثة)

مثال 1: العدد 987 يكتب بصورة: $987 = 9 \times 107 + (9+8+7)$

مثال 2: العدد 523 يكتب بصورة: $523 = 9 \times 57 + (5+2+3)$

مثال 3: العدد 123 يكتب بصورة: $123 = 9 \times 13 + (1+2+3)$

مثال 4: العدد 900 يكتب بصورة: $900 = 9 \times 99 + (9+0+0)$

مثال 5: العدد 777 يكتب بصورة: $777 = 9 \times 84 + (7+7+7)$

مثال 6: العدد 557 يكتب بصورة: $987 = 9 \times 60 + (5+5+7)$

س56: هل عرفت على أي قاعدة تكتب فيها الأعداد؟

طريقة سهلة للضرب في العدد (9)

أولاً: الضرب بعدد من مرتبة واحدة:

مثال 9×7 : 1 يكون الناتج بأخذ (1) من العدد المضروب $\times (9)$ أي نأخذ واحد من

العدد (7) ونضعه في الناتج في مرتبة العشرات و رقم الآحاد تكمل الرقم الأول حتى (9)

للعده فيصبح العدد = 63

ثانياً: الضرب بعدد من مرتبتين:

مثال 9×57 : 2 يكون الناتج بطرح (رقم العشرات + 1) من العدد الأصلي (يكون

الناتج 51) وهذا يمثل في الناتج مرتبة عشرات والمئات أما رقم الآحاد فتكمل مجموع

مراتب الناتج (51) وهو (6) إلى العدد (9) و التكملة هو لعدد (3) ليكون الناتج النهائي-513

(ملاحظة نقصد بناتج الجمع إلى أن يصبح مرتبة واحدة مثلا إذا ظهر الناتج (88) نجمعه فيصبح (16) نجمعه مرة أخرى ليصبح (7) ثم نكمل إلى (9).

مثال 3: 98×9 ناتج الطرح (10) من (98) هو (88) ومجموعه (16) ثم مجموعه (7) وتكملته للعدد (9) هو (2) نضمه في مرتبة الآحاد ويكون الجواب النهائي-882

س47: هل ممكن ابتكار طريقة لضرب العدد (9) في عدد من ثلاثة مراتب (أو أربعة مراتب) بعد مشاهدتك لأمثلة الآتية :- (أرشاد: خذ المرتبتين العشرات والمئات + 1)، إذا أربع مراتب خذ الثلاث مراتب الأخيرة + 1)

$$\begin{aligned}128 \times 9 &= 1152 \\352 \times 9 &= 3168 \\175 \times 9 &= 1575 \\211 \times 9 &= 1899 \\352 \times 9 &= 3168 \\3658 \times 9 &= 32922 \\3111 \times 9 &= 27999\end{aligned}$$

مثال: لو طلب منك عددين مجموعهما يساوي ناتج قسمتهما ، في الوهلة الأولى قد يبدو هذا الطلب صعب أو شبه مستحيل كون أن الأعداد في الجمع تزداد وعند القسمة تقل ، والأغرب من ذلك عندما تعلم يوجد عدد لا نهائي مثل هذه الأعداد كما للآتي:

$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	وكذلك	$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}$	وكذلك	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}$
$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{12}$	وكذلك	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{12}$
$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{20}$	وكذلك	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{20}$
$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{30}$	وكذلك	$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{30}$
$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{42}$	وكذلك	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{42}$
ومكذا		ومكذا

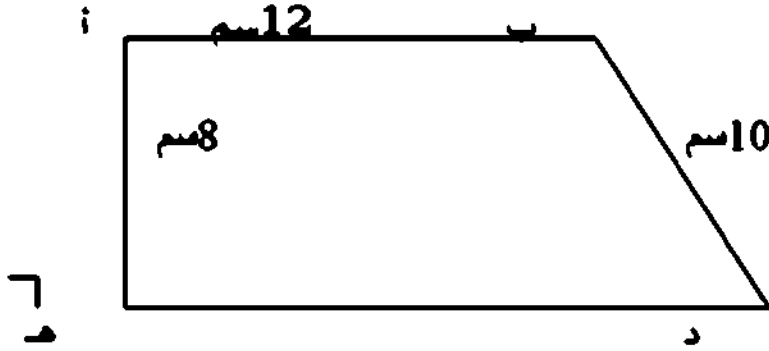
س48: هل عرفت القاعدة التي تربط هذه الأعداد العجيبة؟ أملأ الفراغات لتعرفها:
يجب أن يكون العدد (نقرضه س) س < أما الأعداد هي:

$\frac{1}{\text{س}} \cdot \frac{1}{\text{س}} \cdot \frac{1}{\text{س}^2 (\dots)}$	$\frac{1}{\text{س}} \cdot \frac{1}{\text{س}} \cdot \frac{1}{\text{س}^2 (\dots)}$
--	--

س49: تقاد سائق سيارته ثلث المسافة بين مدينتين بسرعة 75 كم/الساعة، وخمس المسافة المتبقية استغرقت ساعة واحدة، وباقي المسافة بسرعة 80 كم/الساعة. المسافة بين المدينتين 450 كم، لو افترضنا أن السائق قاد سيارته بسرعة ثابتة طول الرحلة

بين المدينتين، فما هي السرعة التي يجب أن يقود بها السيارة من أجل أن تستغرق الرحلة بين المدينتين نفس الفترة الزمنية السابقة ؟

س50: ما هي مساحة الشكل شبه المنحرف قائم الزاوية في الشكل المجاور ؟



س51: لاحظ الأمثلة الآتية في عملية مربعات عدد الذي أحاده (5)

$$225 \cdot 15 \cdot 15$$

$$625 \cdot 25 \cdot 25$$

$$1225 \cdot 35 \cdot 35$$

$$2025 \cdot 45 \cdot 45$$

$$3025 \cdot 55 \cdot 55$$

$$4225 \cdot 65 \cdot 65$$

$$5625 \cdot 75 \cdot 75$$

هل ممكن أن تبتكر قاعدة لضرب مثل تلك الأعداد دون عملية الضرب الاعتيادي من خلال متابعتك للأمثلة أعلاه؟ وتقدم برهاناً رياضياً على ذلك؟

س52: لاحظ الأمثلة الآتية في عمليات الضرب لعددتين متشابهين في مرتبة العشرات ومجموع أحادهما يساوي (10) كما في الآتي:

$$221 \cdot 13 \cdot 17$$

$$1221 \cdot 33 \cdot 37$$

$$2016 \cdot 48 \cdot 42$$

$$9024 \cdot 94 \cdot 96$$

$$7209 \cdot 89 \cdot 81$$

$$4224 \cdot 66 \cdot 64$$

$$11009 \cdot 109 \cdot 101$$

$$11016 \cdot 108 \cdot 102$$

$$13221 \cdot 113 \cdot 117$$

هل ممكن أن تبتكر قاعدة لناتج مثل تلك الأعداد دون الضرب الاعتيادي علما بأن القاعدة تشمل أيضا أعداد لثلاثة مراتب؟

التفكير الناقد

43: تفكير

أصبح تعليم مهارات التفكير الناقد غاية أساسية لمعلم السياسات التربوية لدول العالم وهدفاً رئيسياً تسمى مناهجها لتحقيقه، وذلك لما حققه من نتائج إيجابية ثبت أثرها سواء على حياة الفرد أو المجتمع، وقد تبلور الاهتمام بتعليم التفكير الناقد في الولايات المتحدة الأمريكية مع بداية السبعينات من هذا القرن، حيث أوصى المعهد الأمريكي للتربية بضرورة إعطاء مهارات التفكير الناقد أولوية خاصة في المناهج الدراسية، بدءاً من عام 1996م وحتى عام 1999م أدخلت كامبريدج (شهادة كامبريدج للتفكير الناقد)، وهو اختبار مدته 90 دقيقة، ويتكون من 44 سؤالاً، صيغت على نسق الاختيار من متعدد، ويهدف إلى تقييم التفكير الناقد ومهارة حل المشكلات، وفي عام 2001م تقرر إدخال اختبار (تقييم مهارات التفكير) لاستخدامه مبدئياً داخل جامعة كامبريدج كأحد المؤشرات لاختيار الطلاب للالتحاق بالجامعة. وهذا الاختبار يعتبر امتداداً لاختبار كامبريدج لمهارات التفكير الذي توقف عام 1999م وما زال الاهتمام بهذا النوع من التعليم في الولايات المتحدة الأمريكية قائماً حتى وقتنا الحاضر، تهتم سنغافورة بهذا النوع من التفكير ففي عام 1997 عقد فيه المؤتمر الدولي السابع للتفكير في سنغافورة وحضره 2400 ممثل لحوالي 42 دولة من مختلف بقاع العالم تحت شعار (مدرسة تفكر... ولأن يتعلم).

كما أبدت بعض الدول العربية اهتماماً بتعلم التفكير الناقد، حيث أعدت وزارة التربية والتعليم في المملكة الأردنية الهاشمية خطة لتدريب المعلمين امتدت من عام 1991 حتى عام 1998، وكان أحد أهداف هذه الخطة توجيه التدريس لتنمية التفكير الناقد لدى الطلبة، بل يوجد مركز متخصص في الأردن (مركز ديونو

للتفكير) للتخريج المعلمين والمتدربين على برامج تنمية التفكير الدورات المتكررة لتعليم التفكير.

وفي العام الدراسي 2001 - 2002 كان أول برنامج لتعليم وتنمية مهارات التفكير العليا من خلال المواد الدراسية يطبق في المملكة العربية السعودية، وقد تم البدء بتدريب المعلمين على هذه المهارات، وذلك على اعتبار أن المعلم يشكل المنصر الرئيسي لنجاح أي برنامج، وقد عقدت ورش عمل قومية في الرياض في عام 2002م وقد تم تدريب العديد من المعلمين وممدي المناهج الدراسية، ومشر في الفصول والإدارات التعليمية. وتمثلت أهداف المشروع في دمج تدريس مهارات التفكير في المنهج المدرسي، وإعداد مجموعة من الدروس القائمة على مهارات التفكير باللغة العربية في كل مادة دراسية وفي كل صف دراسي، كما بدأت جمهورية مصر العربية عام 2001، مشروعاً تجريبياً هدفه تطوير جميع مكونات العملية التعليمية، وشمل 245 مدرسة، وقد ركز المشروع على تنمية مهارات التلاميذ على الحوار وحل المشكلات والتفكير الناقد.

وفي إطار هذه المحاولات المستمرة للارتقاء بنوعية التعليم أخذ الاهتمام التفكير الناقد يشغل حيزاً متنامياً في خطط التطوير، ولعل ما عصف هذا التوجه وأدى إلى الاستمرار فيه، ما توصلت إليه الدراسات العلمية من نتائج مفادها:

- 1- أن تعليم التفكير لا يشكل مشكلة بل هو أمر ممكن التحقيق.
- 2- أن أنواع التفكير يمكن تدريسها بفاعلية.
- 3- أن جميع الموضوعات مناسبة للتفكير إذا قدمت ضمن سياق مناسب.

تعريف التفكير الناقد

مفهوم النقد: لغوياً نُقِدَ الدراهم أي ميز الذهبية منها.. بمعنى اكتشف الزائفة.. ومن المعاجم الأخرى يفهم أن النقد عبارة عن تمحيص الأمر لإظهار عيوبه.. وهو تنقية وعزل لما حاد عن الصواب.. ومن الناحية الفلسفية نجد أن النقد ينحى إلى شروط العقل

ومقاييسه التي تضمن تصورات صحيحة وتعملي قيمة صائبة للأفكار بل وللأحكام ذاتها⁴⁴.

والتفكير الناقد في أبسط معانيه هو القدرة على تقدير الحقيقة ومن ثم الوصول إلى القرارات في ضوء تقييم المعلومات وفحص الآراء المتاحة والأخذ بعين الاعتبار وجهات النظر المختلفة، وينطوي التفكير الناقد على مجموعة من مهارات التفكير التي يمكن تعلمها والتدريب عليها وإجادتها، ويمكن تصنيف هذه المهارات ضمن فئات أربع هي الاستقرار والاستنباط والتحليل والتقييم، كما تتضمن قدرة التفكير الناقد تعلم كيف نسال، ومتى، وما الأسئلة التي تطرح، وكيف نعلل ومتى، وما طرق التعليل التي نستخدمها، ذلك أن الفرد يستطيع أن يفكر تفكيراً ناقداً إذا كان قادراً على فحص الخبرة وتقويم المعرفة والأفكار والحجج من أجل الوصول إلى أحكام متوازنة.

ويعرف التفكير الناقد:

1. عملية ديناميكية للتساؤل والتعليل وهو تقصي فعال عن المعرفة أكثر من التجميع السلبي لها، أنه تساؤل عن التعريفات والشواهد والأفعال والمعتقدات وما هي؟ ماذا كانت؟ ما مرجع أن تكون⁴⁵ ؟ .
2. نوع من التفكير يتم فيها إخضاع المعلومات التي لدى الفرد لعملية تحليل وفرز وتمحيص، لمعرفة مدى ملاءمتها لما لديه من معلومات أخرى تأكد صدقها وثباتها، وذلك بفرض التمييز بين الأفكار السليمة والخطأ⁴⁶.
3. مجموعة الإجراءات التي يقوم بها الفرد استناداً إلى أسس علمية منطقية، بحيث يستطيع الانتقاد بصورة موضوعية⁴⁷.

⁴⁴ - ١٩٩١: ١٠٩-١١٠. ١٠٩-١١٠.

⁴⁵ - Moss, R & Koziol, S, 1991: Investigating the Validity of alocally Developed Critical Thinking test, Educational Measurement: issues and practice, vol 10, no. 4, , p.19

⁴⁶ - غنم، محمود محمد 1995، التفكير عند الطفل، نظره وطرق تعليمه ط 1، دار الفكر للنشر والتوزيع، عمان، الأردن ص 29.

تعليم التفكير الناقد:

وكما أسلفنا في مبحث سابق هناك أكثر من رأي أو اتجاه فيما يتعلق بكيفية تعليم التفكير الناقد أو التدريب عليه، إلا أن هذه الآراء تكاد تتمحور حول طريقتين رئيسيتين هما:

1- تعليم التفكير الناقد كمادة مستقلة كغيره من المواد وذلك من خلال برامج ومقررات يتم تحديدها على شكل أنشطة وتمارين لا ترتبط بالمواد الدراسية، وقد طورت العديد من البرامج المتخصصة لتنمية مهارات هذا النوع من التفكير، وعادة ما يقوم مدرب متخصص بتدريب الطلبة عليها، ومن مميزات هذه الطريقة أنها تجعل المتعلمين يدركون أهمية الموضوع الذي يدرسونه ويشعرون بالعمليات التفكيرية التي يقومون بها، كما تجعل عملية قياس وتقييم التفكير الناقد أدق.

2- تعليم التفكير الناقد ضمن محتوى المواد الدراسية المختلفة، وهذا يستدعي وجود معلمين مؤهلين ووقت كاف للقيام بالنشاطات التفكيرية، ومن مميزات هذه الطريقة أنها تشجع العملية التعليمية باستمرار، وتحفز المتعلمين على استخدام عمليات التفكير في مختلف المواد، وتوفر فهماً أعمق للمحتوى المعرفي لهذه المواد وقدره أفضل على استيعابها وتطبيقها.

وقد برزت اتجاهات حديثة حاولت الجمع بين الطريقتين في تعليم التفكير الناقد بهدف الاستفادة من مميزات وإيجابيات كل منهما.

ومن خصائص المناخات الصفية التي تميز تعليم مهارات التفكير الناقد أنها:

1- تهيئ الفرص للتعامل مع حالات ومواقف من الحياة الحقيقية أو تُلحَرَج مواقف واقعية.

2- يكون فيها التعليم متمركزاً حول المتعلم، أي أن المتعلم هو محور النشاط.

⁴⁷ - عبد الهادي، نبيل وبني مصطفى، ناعبة (2001): التفكير عند الأطفال، ط1، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان، الأردن. ص 92

- 3- تحفز على التعاون والتفاعل بين المتعلمين والمعلمين.
- 4- تتيح الفرص للمتعلمين للتعبير عن آرائهم والدفاع عنها واحترام آراء الآخرين.
- 5- تشجع الاكتشاف والاستقصاء وحب المعرفة وتمزز مسؤولية المتعلم عما يتعلمه.

كما يعد المعلم من أهم عوامل نجاح برامج تعليم التفكير الناقد، حيث أن أي تطبيق لخطة تعليم التفكير إنما يتوقف على نوعية التعليم الذي يمارسه المعلم داخل غرفة الصف، ومن أهم الخصائص التي ينبغي أن يتصف بها المعلمون من أجل توفير بيئة صفية مهيأة لنجاح عملية تعليم التفكير وتعلمه ما يلي: الحرص على الاستماع للمتعلمين، وإعطائهم وقت كاف للتأمل والتفكير، وتهيئة الفرص لهم للمناقشة والتعبير، وتشجيعهم على التعلم النشط الذي يقوم على توليد الأفكار وذلك من خلال توجيه أسئلة لهم تتعامل مع مهارات التفكير العليا، وكذلك تقبل آرائهم وتتمين أفكارهم واحترام ما بينهم من فروق ومحاولة تنمية ثقتهم بأنفسهم وتزويدهم بتغذية راجعة مناسبة.

ونظراً لأن التفكير الناقد لا ينمو من فراغ، إذ أنه لا بد من توفر المناخ الذي يؤدي إلى اكتسابه وتعميقه ثم ممارسته، كانت الدعوة له بالتدريب من خلال مواقف حياته تفاعلية، ووجهت المدارس لتبني استراتيجيات تستثير التفكير وتساعد على تنمية مهاراته، وتهيئ الأجواء لممارسة أنشطة وتدريبات تتحدى فكر المتعلم وتستدعي استخدام عمليات عقلية كالتحليل والتركيب والنقد والمقارنة بهدف الارتقاء بتفكيره إلى مستوى يعلو عن مستوى ممارسة الأنشطة الدنيا للتفكير كالحفظ والتذكر، ويتم تعليم مهارات التفكير الناقد لكل الطلاب وبصرف النظر عن مستوياتهم الاستيعابية وذلك من منطلق الاعتقاد بأن لكل فرد استعداداته الفردية القابلة للتطور، بحيث تمثل مهارات التفكير المراد تعليمها جزءاً من الحصص الدراسية المعتادة ويصمم المعلم درسه وفق المنهج المقرر ويضمنه المهارة التي تتناسب مع محتوى الدرس.

وبالرغم من أن جهد المعلم لا يشكل إلا جزءاً من كل في العملية التعليمية، فالمعلم كما هو معروف لا يستطيع تنفيذ كل ما يطلب منه إلا إذا توفر له المناخ المازر والإمكانات الداعمة والوقت الكافي، إلا أنه وبالرغم من كل ذلك ينل هو الوسيط الرئيسي والمهم في تزويد الطلاب بالمعارف والخبرات والمهارات المطلوبة.

التفكير الناقد و الرياضيات

والرياضيات بتركيبها الدقيق غنية بصورة لا تضاهيها فيها أي مادة أخرى، ولن يجد لا المعلم خلال التعليم، ولا صانع الامتحان صعوبة تذكر في جعل مسائل الصع والخطأ مبتكرة دائماً، إذ تعد عبارات الصع والخطأ من أكثر مواد الرياضيات ملائمة لصناعة وتلويز ملكات النقد إذا طلب معها التعليل.

حيث أن العبارة المنطقية في الرياضيات أما أن تكون صادقة أو خاطئة وليس الاثنان معا

مثالا على ذلك في أي مستوى يكون المستقيمان متوازيين أو أنهما متقاطعان.. أي مثلثين إما أنهما متطابقان وإما غير متطابقين .. ومن هنا تأتي أهمية تعزيز نقى احتمال حدوث وإن كان ذلك فإن المفضل أن يختبر المتعلم الموقف بنفسه وباستقلالية، بل يجب استحداثها وتجديدها، ذلك أن النسخ والتكرار يقللان من الفائدة المرجوة، ولا شك أن للمعلم هنا دور أساسي وجوهري ونورد هذه العبارات على سبيل المثال لا الحصر :

- ♦ المستقيم المرسوم من منتصف أي وتر يمر بمركز الدائرة (خطأ.. لماذا؟) .
- ♦ من غير الممكن أن نجد مثلث فيه زاوية قائمة وأخرى منفرجة؟(لماذا).
- ♦ الزاويتان المتقابلتان في الشكل الرباعي متكاملتان... (ادعاء غير صحيح !)
- ♦ مستطيل مساحته 24 سم² وطلوه 6 سم فإن عرضه 3 سم (غير معقول !)
- ♦ لديك مثلث أطوال أضلاعه (4 ، 5 ، 10)سم أوجد... (مضحك حقاً !)
- ♦ مثلث قائم أطوال أضلاعه 5 ، 12 ، 14... (لا يجوز !!)

مثل- الزاوية الخارجية للمثلث تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة، والمساحات بصورة عامة، مبرهنة فيثاغورس وغيرها، ومثال آخر إذا أضيفت كميات متساوية إلى أخرى متساوية بقيت الكميات متساوية.

التفكير الناقد، حسب ما تبناه الكتاب، التفكير الذي يروم إلى إصدار حكم أو التوصل إلى نتيجة بإقناع، حسب الأدلة والحجج والبراهين المقدمة، ومن ضمن مهارات التفكير الناقد هي (الاستنباط - الاستنتاج - التفسير - تقويم الحجج - معرفة الافتراضات أو المسلمات)

ومن خلال طريقة التدريس والتدريب الملائمة ممكن أن تُسمى مهارات التفكير الناقد.

ومهارات التفكير الناقد هي:

1: الاستنباط (ويسمى أحيانا القياس)؛ هو التفكير الذي يستخلص نتيجة من مقدمتين أو أكثر ، وتوجد علاقة بين هذه المقدمات و النتيجة ⁴⁹ .

ويتكون كل موقف من عبارتين (مقدمتين) وتعتبر صحيحة في كل الأحوال، تليها عدة نتائج مقترحة، والمطلوب من الطالب الحكم استنباط نتيجة مرتبة من المقدمات.

مثال 2 (استنباط): م 1: يسمى العدد بالعدد التام إذا كان مجموع عوامله = العدد نفسه

م 2: عوامل العدد 3.2.1-6 ومجموع هذه العوامل = 6

من خلال المقدمتين السابقتين ممكن استبعاد أن العدد 6 هو عدد تام ⁵⁰.

2: الاستنتاج: هي القدرة التي من خلالها يمكن التوصل إلى استنتاجات معينة، بناء على حقائق وبيانات مقدمة.

عرض أمثلة متنوعة:

مثال ۱: (استنتاج)

1 عدد فردی + 3 عدد فردی = 4 عدد زوجی

3 عدد فردی + 5 عدد فردی = 8 عدد زوجی

100.241 N. 0.12 E. 1.54 G. 1.54 W. 1.54 1999 10.1.1999 10.1.1999

1. 2021/11/17 KGO 561A +1V 0000, 2021/11/17 KGO 561A +1V 0000. 2

5 عدد فردي + 7 عدد فردي = 12 عدد زوجي

من خلال الأمثلة السابقة بإمكان الطالب وبتوجيه المدرس أن يستنتج أن:-

عدد فردي + عدد فردي = عدد زوجي

3: التفسير: العملية الفكرية التي يحكم بها الطالب من خلالها على ما إذا كانت التفسيرات المقترحة تترتب منطقياً على المعلومات المقدمة أو لا، على فرض أن المعلومات صحيحة.

مثال 2: (التفسير): عندما نعرض للطالب عملية القسمة 12-3-4 ونخبره هذا الناتج صحيح لأن 12-3=4 ولكن كيف نفسر له أن 12+صفر=كمية غير معرفة ولا معنى لها في الأعداد الحقيقية، نستطيع تفسير ذلك بقولنا صفر * 12=0 لا نجد عدد حقيقي يحقق هذه المعادلة.

4: تقويم الحجج: العملية العقلية التي يميز بها الفرد من خلالها بين الحجج القوية والضعيفة بناء على أهميتها وصلتها بالموضوع المقدم.⁶¹

مثال 3: (تقويم الحجج): - إذا كان س < 3 هل بالضرورة أن يكون س < 5
الجواب: لا ليس بالضرورة لأن على سبيل المثال 4 أكبر من 3 ولكن 4 ليست أكبر من 5

5: معرفة الافتراضات أو المسلمات: هي شيء أو نتيجة مسلم بها في ضوء حقائق معينة أو مقدمات⁶²، وفيها يمرض الطالب موقف أو حقائق، والمطلوب من الطالب أن يقدم افتراضات في ضوء ما ورد في الموقف.

مثال 4: (فرض الافتراضات): سؤال: جد عدد يزيد على مربعه؟ عندما يفكر الطالب بالعدد (1) أو الصفر على سبيل الافتراض يكون الجواب خطأ لأن مربعهما نفس العدد

⁶¹ - محمد مرشد مصطفى 1996، فاعلية برامج تدريس لمهارة التفكير النقدي لطلبة الصفوف الأساسية العليا في الأردن، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية الدراسات العليا في الجامعة الأردنية، ص 7-8.

⁶² - <http://www.alukah.net/bibliothque/1973/06/08/019730608001.htm>

س53: كون مخطط لعائلة: أحمد وليلى متزوجين ولهما ثلاث بنات: نورة، سعاد، زينب وولد اسمه سالم، زينب متزوجة وليدها ولدان: أيوب، ومراد، وبنات أسمها عائشة.

س54: من المخطط الذي كونه في (س1) ضع إشارة (✓) أو (×) أمام الآتي:

1- خال مراد هو سالم.

2- عمت عائشة هي نورة.

3- ليلي لها حفيدان.

س55: لديك سلك طوله (24) متر بكم طريقة يمكن تكوين مستطيل بمقادير أعداد

صحيحة وما هي أكبر، أصغر مساحة يمكن الحصول عليها من الطرق المذكورة؟

اكتب برهان رياضي ما يزيد حلك.

س56: رتب أربع أنواع من الرموز الآتية:

(@, ., Ö,) في الجدول المجاور (4 x 4) بحيث

لا يحتوي كل صف أو عمود شكلين متشابهين

س57: أقرأ العبارة الآتية ثم ضع علامة (✓) أو (×) أمام المرافقة:

العبارة: إذا علمت أن كل مثلثين متطابقين فإنهما متشابهان.

النتائج:

1- المثلث أ، ب، ج، والمثلث س، ص، ع متطابقان، إذن هما متشابهان.

2- المثلث أ، ب، ج، والمثلث س، ص، ع متشابهان، إذن هما متطابقان.

3- المثلث أ، ب، ج، والمثلث س، ص، ع غير متطابقان، إذن هما غير متشابهان.

4- المثلث أ، ب، ج، والمثلث س، ص، ع غير متشابهان، إذن هما غير متطابقان.

س58: لإيجاد حاصل ضرب (55 x 9) ضع علامة (✓) أو (×) أمام العبارات الآتية:

1- يوجد إجابة واحدة صحيحة وطريقة صحيحة واحدة للحصول عليها.

2- يوجد أكثر من إجابة واحدة صحيحة، وأكثر من طريقة صحيحة للحصول عليها.

3- يوجد إجابة واحدة صحيحة، و أكثر من طريقة صحيحة للحصول عليها.

4- لا توجد إجابة صحيحة واحدة.

س90: أحنف المعلومات الزائدة والتي لا تحتاج إليها في الحل لكل مما يأتي:-

1- أحمد يسكن في أحد العمارات، والمتكونة من (15) طابقاً، وتوجد في كل طابق (4) شقق، وأحمد يسكن في الطابق السابع، كم شقة في العمارة التي يسكن فيها أحمد؟.

2- شخص اتبع نظام حمية (رجيم) وقرر أن يمشي كل يوم (60) دقيقة مع نظام الأكل، ومارس هذا النظام لمدة (6) أيام من أول أسبوع فقد خلاله من وزنه (12) كغم، فكم كيلو غراماً متوسط ما يفقد يومياً؟.

3- باص ركاب يسع (40) راكباً، في أول محطة ركب (20) أشخاص، وفي المحطة الثانية نزل (2) راكب وصعد (5) راكب، وفي المحطة الثالثة نزل (8) راكب وصعد (12) راكب، وفي المحطة الرابعة لم ينزل أحد وصعد (5) راكب، وفي المحطة الخامسة (آخر محطة) نزل جميع الركاب كم محطة توقف عندها الباص ؟.

4- في عمارة معينة يوجد (4) مصاعد كهربائية و كل مصعد يتسع (6) ركاب على الأكثر، كم راكباً يستطيعون استخدام مصعد واحد.

س90: الجدول الآتي يبين أقصى سرعة يمكن أن يجري أو يطيير بها كل من الكائنات المبينة:

الكائن	السرعة ب(كم ²)	الكائن	السرعة ب(كم ²)
الغزال	75	النسر	180
الأرنب	67	الثعلب	60
الصقر	270	الإنسان	30
القرود	105	الفيل	37

المطلوب

1- رتب السرعة تصاعدياً.

2- إذا تسابق الأرنب والثعلب والغزال فأيهما يكون أكثر احتمالاً للفوز؟.

3- هل يمكن لثلاثة أشخاص (من بني الإنسان) أن يجروا بأقصى سرعة لكل منهم حتى يسبقوا قرداً واحداً؟

4- إذا ركب إنسان على فيل وحاولا معا سباق الثعلب هل من الممكن أن يسبقوه؟

س61: أنظرت إحدى الإعلانات التجارية في أحد المحلات الفضائية شخصية (طرزان في الغابة) وهو ممسك بقنينة (عسل ماركة الشفاء) أي من الاستنتاجات يمكن استنتاجها من الإعلان:

1- كل من يتغذى (عسل ماركة الشفاء) يصبح بطلاً رياضياً.

2- طرزان أصبح بطلاً لأنه يتغذى على (عسل ماركة الشفاء).

3- من لا يتغذى على (عسل ماركة الشفاء) لا يصبح بطلاً.

4- الشركة تريد تزيد من مبيعاتها.

س62: أرسل أحد الأشخاص رسالة إلى صاحبه الذي بخس حقه متكونة من كلمتين، تستطيع أن تعرف مضمونها إذا اتبعت الآتي:

أولاً: أكمل سلسلة الأعداد الآتية في كل صف حسب النمط الذي كتب فيه:

14, ... , 10, 8, ..., 4, 2

..., 28, ..., 11, 6, 5, 1

243, ..., 27, ..., 3, 1

1, 3, ..., 7, 9, ..., 15, 17

ثانياً: خذ الحروف التي تحت الأعداد التي أكملت بها الفراغات السابقة وحذف البقية وشكل الرسالة:

100	45	91	80	11	12	29	20	6	5
ط	ي	ك	ل	ق	ت	و	ف	أ	س

5	90	81	32	54	77	9	17	62	53
هـ	ي	ل	ف	ق	ت	ل	أ	ث	ض

س63: إذا كان س، ص 3 ح بحيث:

س = ص بضرب الطرفين بالمعادلة \times س

س 2 = ص س بضرح ص 2 من الطرفين

س 2 - ص 2 = ص س - ص 2

(س - ص)(س + ص) = ص (س - ص) بقسمة الطرفين على (س - ص)

س + ص = ص

ولكن س = ص

أي 2 س = 1 س ومنها 2 = 1

أين الخلل في البرهان

س64: لحل المعادلة س 2 + س + 1 = 0 نضرب الطرفين \times (س - 1)

(س 2 + س + 1)(س - 1) = 0

س 3 - 1 = 0

س 3 = 1

ومنها س = 1

ولكن هذه القيمة لا تحقق المعادلة الأصلية عند التعويض بها فأين المغالطة بحلنا؟

س65: استلعي أن اثبت 6 = 5

(1) 5 = 1 لأن (1) مهما رفع للقوة يبقى 1

(1) 6 = 1

(1) 5 = (1) 6 لأن الكميتان متساويتان ، {و إذا تساوت الأساسات تساوت الأسس

وبالعكس}

وعليه 6 = 5

أين الخلل في هذا البرهان

س66: س 2 + س + 1 = 0

س + 1 = - س 2 - - - - (1)

كذلك: س 2 + س = - 1

س (س + 1) = - 1 نعوض من (1) عن س + 1 = - س 2 نحصل

$$س^2 - س - 1 = 0$$

$$س^3 - 1 = 0, س^3 = 1$$

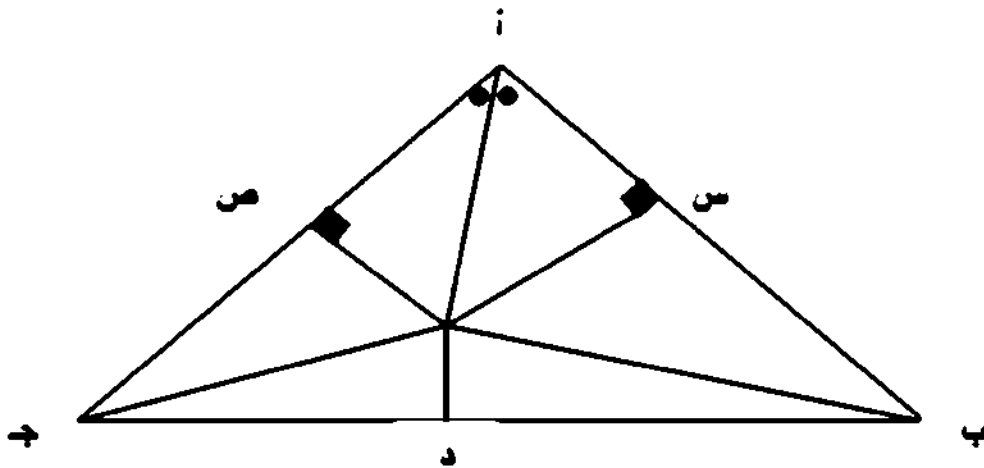
$$أي س = 1 حل للمعادلة س^2 + س + 1 = 0$$

وعند نريد التأكد من صحة الحل بالتمويض يكون

$$س^2 + س + 1 = 0$$

$$3 = 1 + 1 + 1$$
 أي الحل غير صحيح أين الخطأ في حل المعادلة.

س67: استطيع أن أثبت لك أن أي مثلث هو متساوي الساقين: المثلثات: أ ب ج مثلث، ننشئه د ه عمودياً على ب ج من منتصفه، وننصف الزاوية ب أ ج بمنصف يلاقي العمودي في نقطة ه. كما نسقط ه س، ه ص عموديان على أ ب، أ ج على الترتيب.



البرهان:

المثلثان ب د ه، ج د ه متطابقان (بضلعين وزاوية محصورة) وينتج أن:

$$ب د = ج د \dots\dots\dots (1)$$

كذلك المثلثين أ س ه، أ ص ه متطابقان (بزاويتين وضلع) وينتج أن:

$$س ه = ص ه \dots\dots\dots (2)$$

من (1)، (2) ينتج أن المثلث س ب ه، يطابق المثلث ص ج ه وينتج أن:

$$س ب = ص ج \dots\dots\dots (3)$$

ولكن من تطابق المثلثين أ س ه، أ ص ه ينتج أن:

والكاتب يرى من خلال دراسة القرآن الكريم بالإمكان أن نجد مواقف من خلالها يمكن استنتاج قضايا أخرى باستخدام التفكير الرياضي فعلى سبيل المثال لا الحصر: مثال 1: ذكر الباري عز وجل في آيتين عن الحمل والفرطام ((وَحَمَلُهُ وَفَصَالُهُ ثَلَاثُونَ شَهْرًا)) (الأحقاف: من الآية 15)

((وَالْوَالِدَاتُ يُرْضِعْنَ أَوْلَادَهُنَّ خَوْلَيْنِ كَامِلَيْنِ)) (البقرة: من الآية 233) أي سنتين = 24 شهر

النتيجة المستنبطة مدة الحمل والرضاعة (30) شهر - مدة الرضاعة 24 شهر = 6 أشهر فترة الحمل، بعد أن ندرك ترابط الآيتين الكريمتين.

وهذا الاستنباط للإمام علي (عليه السلام) وهو استنباط صحيح أيده الخليفة عثمان (رضوان الله عليه)، حيث جاء رجل إلى الخليفة، وأخبره أن زوجته وضعت بعد زواجه بـ 6 أشهر، وهو منكرو ومتهما لزوجته، و أرسل الخليفة بطلب زوجته وهي تبكي وتقول لأختها، ما التبسني أحد من خلق الله تعالى غير زوجي فقد فليفل الله سبحانه وتعالى ما شاء)، فأمر الخليفة برجمها، فلما بلغ ذلك الإمام علي (عليه السلام)، أتى للخليفة، فقال ما تصنع، فقال الخليفة لقد ولدت لستة أشهر وهل يكون كذلك؟ قال الإمام أما تقرأ القرآن، قال بلى، قال إما سمعت الباري وتلى الآيات المذكورة أعلاه وقال إلا بقيت ستة أشهر، فقال الخليفة عثمان والله ما فعلت بهذا أبدا (تفسير ابن كثير)، وما مهارة الاستنباط ألا واحدة من الفقه الإسلامي الذي يعرف: معرفة الأحكام الشرعية نصا واستنباطا، ومن المعلوم إن هناك مسائل ما يكتفي في مورد النص، ومن المسائل الفقهية ما يحتاج المسلم استنباط الأئمة واجتهاد الفقهاء.⁶⁸

مثال 2: جاء لفظة كلمة المذلل في أربعة مواضع فقط في كل القرآن الكريم وهي: ((وَلَا جُنَاحَ عَلَيْكُمْ إِنْ كَانَ بِكُمْ أَذًى مِنْ مَطَرٍ)) (النساء: من الآية 102)

((وَلَقَدْ أَتَوْا عَلَى الْقَرْيَةِ الَّتِي أَمْطَرْنَا مِنْ قَبْلُ السَّيِّئِينَ)) (الفرقان: من الآية 40)
 ((وَأَمْطَرْنَا عَلَيْهِمْ مَطَرًا فَسَاءَ مَطَرُ الْمُنْذِرِينَ)) مكرره في (الشعراء: 173)
 و(النمل: 58)

من الآيات الكريمة أمكننا أن نستخدم الاستقراء بأن لفظة المطر في القرآن الكريم ورد بمعنى سطر وانتقام.

تنمية التفكير الرياضي

ولكي تنمي التفكير الرياضي من خلال تدريس الرياضيات وجب أن ننبه الطلبة على بعض الأساسيات فيها كون الرياضيات موضوع تراكمي يعتمد التعلم اللاحق على التعليم السابق، فإذا لم يتقن الطالب التعلم السابق، فإنه سيواجه صعوبات في الفهم ما ينشئ عليه من موضوعات جديدة، فالمعرفة الرياضية والإلمام بأساسياتها وتطبيقاتها مطلب ضروري لكل فرد من أفراد المجتمع، فضلاً عن كونها مادة فكرية تسهم في تنمية أساليب متنوعة في التفكير، والدقة في التعبير والقدرة على تنظيم واستخدام أساليب التحليل في حل المشكلات.⁵⁹

أن دراسة الرياضيات وحتى في مراحل متقدمة ترتبط وبشكل كبير في أساسيات سبق وأن درسها الطلبة في مراحل سابقة، فقد يكون طلبة في مرحلة جامعية، وليس لهم القدرة على إجراء العمليات الأربع في الكسور الاعتيادية أو العشرية⁶⁰، وهذا ما لمسه الكاتب أيضاً فقد اخفق طلاب المرحلة الرابعة في أحد أقسام كلية التربية (ليس تخصص رياضيات) عند مناقشة الأخطاء الشائعة وضرب لهم مثالا من الرياضيات عن الخطأ الشائع وطلب تأكيد صحة الناتج من عدمه للعبارة $(2+3 \times 4 - 20)$ أجاب صف

٥٩ - د. محمد عبد الحليم عبد الله، 1996، "التفكير الرياضي في التعليم"، ص 14.

٦٠ - د. محمد عبد الحليم عبد الله، 1996، "التفكير الرياضي في التعليم"، ص 14.

تعداده أكثر من 45 طالباً وطالبة أن الجواب صحيح، متأسين أساسية بسيطة هي إجراء عملية الضرب قبل الجمع ويكون الجواب $(2+3+4+14)$.

يجهل بعض المدرسين المهارات التي تؤدي إلى تنمية التفكير وفي بعض الأحيان عدم الإيمان بها واعتقادهم أن مهمة التعليم تتمثل في حشد أذهان المتعلمين بالمعارف دون معرفة الأسلوب الذي به تكشف، فالطريقة المتبعة حالياً في أغلب المدارس وحتى التعليم الجامعي تتمثل في إعطاء المعلومات جاهزة للطلاب دون إعطائه دوراً في اكتساب المعنى من خلال إعطائه المبادئ الأساسية للمعرفة بحيث تكون هذه المبادئ الأساسية كافية لإكساب الطالب القدرة على تطوير وإنماء المعرفة لديه واكتساب معرفة جديدة فعملية إيجاد نواتج العمليات في الرياضيات أمر مهم ولكن الأهم منه تفاعل الطالب مع العمليات التي أدت إلى هذه النتائج فالمهمة الأساسية للرياضيات تمويد الطلبة على الانتقال من المحسوس إلى المجرد لينمو لديهم التفكير بكل أنواعه.

وفي تجربة بسيطة قام بها الكاتب واختبر (43 طالب وطالبة من قسم الرياضيات من مراحل مختلفة) في اختبار للتفكير الرياضي مكون من 10 فقرات موزعة بين منطهين (الاستقراء والاستنتاج) تعتمد أغلبها على أساسيات بسيطة في الرياضيات كانت النتائج غير مشجعة حيث لم يتجاوز الوسط الحسابي لهم 3.25 أي بنسبة 32.5% وهي نسبة غير متوقعة علماً بأن الاختبار جزء كبير منه بمستوى المرحلة قبل الجامعية وقد يكون سبب ذلك عدم تعرض الطلبة لمثل هذا النوع من الاختبارات أو عدم تمكنهم من بعض الأساسيات الضرورية ومنها على سبيل المثال:

س: استدلح أن أبرهن لك بأن كل عدد يساوي نضيره الجمعي

بما أن 4-4

4-4 0-4 تصفير المعادلة

$(2-2)$ $(2+2)$ 0- تحليل فرق مربعين وبالقسمة على $(2-2)$ لكلا الطرفين نحصل

$2+2=0$ وبالتالي $2=2$ - السؤال أين الخطأ في هذا البرهان؟

س: إذا كان س تنتمي إلى ط

وكان س 3- 3س 4=2س 4 بالقسمة على س للطرفين نحصل

س2- 3س=4 بتصفير المعادلة نحصل

س2- 3س- 0=4

(س- 4)×(س+1)=0 ومنه أما س=4 أو س=-1

هل عندك أي اعتراض على طريقة الحل الجواب.

اخفق الكثير من الطلبة في التوصل إلى التعليل الصحيح علما كلا السؤالين يعتمد على أساسية بسيطة وهي (لا تجوز القسمة على صفر).

ومن هنا قد تتجلى أهمية رصد الأساسيات التي يحتاجها الطلبة في حل المسائل الرياضية أو التفكير في خطواتها والتي قد تساهم في خفض التحصيل في الرياضيات أو في المواد الدراسية الأخرى وعلى أسلوب من خلاله تنمي قابليتهم على التفكير الرياضي من المرحلة الإعدادية وحتى المراحل الجامعية حيث نلتزم الكثير من إخفاقات طلبة في مراحل التعليم العام وما بعدها (المرحلة الجامعة) في التحصيل قد تعود إلى تلك الأساسيات، حيث أغلب المسائل الرياضية تبدأ بمعلومة يعطيها المدرس لمادة جديدة في الرياضيات أما بقية تكملة السؤال تعتمد اعتمادا كلياً على أساسيات درسها الطالب في المرحلة المتوسطة وقد تكون من المرحلة الابتدائية مثل العمليات على الكسور بنوعيتها الاعتيادي والمشري، وما يزيد الضعف في الأساسيات ينسحب على ضعف في التحصيل والتفكير الرياضي.

3- التفكير المنطقي⁶¹

والذي يدخل ضمننا في التفكير الرياضي كما تشير الكثير من أدبيات الموضوع و الصفة الأساسية للتفكير المنطقي أنه يعتمد على التعليل لفهم واستيعاب الأشياء. و التعليل يعد خطوة علي طريق "القياس". ويلاحظ أن وجود علة أو سبب لفهم الأمور لا يعني عن أن السبب وجيه أو مقبول يعد الذكاء المنطقي قدرة الشخص على فهم واستخدام الأرقام بفاعلية، إضافة لقوة الاستنتاج والتصنيف لديه، وتعامله البارع مع الرموز المجردة. ويميل هذا الشخص للدقة والنظام والمنهجية.

⁶¹ "E I b/2004t2pX ' 79Kb/v84 q v84-v84

تنمية التفكير المنطقي

بعض المقترحات للمعلم (أو أي مربّي) لتنمية التفكير المنطقي

- امنح طلبتك فرصا للبحث وحل المشكلات.
 - علم طلبتك مهارة طرح الأسئلة.
 - امنح طلبتك فرصا للاستكشاف.
 - ساعد طلبتك على الوصول لإجابات لأسئلتهم.
 - نمّ لدى طلبتك مهارات التفكير المختلفة وخاصة الناقد (الملاحظة، التصنيف، الاستنتاج، السبب والنتيجة، التمييز بين الحقائق والرأي الشخصي، حل المشكلات، اتخاذ القرار، المقارنة، ...).
 - امنح طلبتك أدوات للقياس والملاحظة، والتصنيف.
 - اعمل على تنمية المفاهيم والعلاقات المجردة لدى طلبتك.
 - اشرك مع طلبتك في حل الألغاز والألعاب الحسابية.
 - أشرك طلبتك في أنشطة منطقية.
- ويمكن تنمية الذكاء المنطقي الرياضي من خلال تنمية مهارات التفكير المنطقي، وهي:

مهارات التفكير المنطقي

1 - التصنيف:

يمارس المعلم مع طلبته تصنيف الأشياء الموجودة في الصف أو الوسائل التعليمية المتوفرة أو الأدوات التي يمكن أن يساهم الطالب بإحضارها مثل الأشكال الهندسية المستوية أو المجسمة ويصنفها تبعا للون، الحجم، الطول، ... أي صفة مميزة، علامة مميزة... أو أي شيء محدد تختاره سلفا مع الطالب.

2 - التشابه والمختلف:

يحاوّر المعلم مع طلبته ما التشابه والمختلف في الأشياء، الأماكن، الأشخاص... إلخ، مثلاً: ما التشابه وبين المتوازي الإضلاع والمستطيل، ما الفرق بين العدد الأولي، والعدد الفردي

3- الملاحظة، من خلال الدراسة والمتابعة بعناية يطلب المعلم من طلابه أن يتابع ويلاحظ ويسجل مثل أنواع الزوايا أنواع المثلثات بالنسبة للزوايا أو الأضلاع.

4- البحث عن السبب والنتيجة: يركز المعلم مع طلبته تمييز وربطه بين السبب والنتيجة، مثل:

2س + 10 = 14 (بالقسمة على 2 لماذا)

$\sqrt{4} = 2$ نربع الطرفين (لماذا)

5 - القياس: عند جلب عبوة كبيرة من الماء مثلاً.. اطلب من طلبتك أن يخمن كم كوباً يمكن أن تستوعب هذه العبوة.

التفكير الاستقرائي

هو عملية استدلال عقلي، تستهدف التوصل إلى استنتاجات أو تعميمات تتجاوز حدود الأدلة المتوافرة أو المعلومات التي تقدمها المشاهدات المسبقة.

إن التفكير الاستقرائي بطبيعته موجه لاكتشاف القواعد والقوانين، كما أنه وسيلة مهمة لحل المشكلات الجديدة أو إيجاد حلول جديدة لمشكلات قديمة أو تطوير فروض جديدة. وعوضاً عن تجنب الاستقراء، علينا أن نجعل استنتاجاتنا موثوقة إلى

أقصى درجة ممكنة، و ذلك بالحدز في إطلاق التعميمات أو تحميل المعلومات المتوافرة أكثر مما تحتل خوفاً من الوقوع في الخلل.

مكونات عملية الاستقراء:

- 1- تحليل المشكلات المفتوحة.
- 2- تحديد العلاقة السببية أو ربط السبب بالمسبب.
- 3- التوصل إلى استنتاجات.
- 4- الاستدلال التمثيلي.
- 5- تحديد المعلومات ذات العلاقة بالموضوع، و يتطلب ذلك البحث بين السطور، و تفسير العبارات و الأسباب و الأدلة المريدة منها و المخالفة و الخصائص و العلاقات و الأمثلة.
- 6- إعادة تركيبها أو صياغتها و حلها، وقد تأخذ هذه العملية عدة أشكال من بينها:

- التعرف على العلاقات عن طريق الاستدلال الرياضي أو العددي.
- التعرف على العلاقات عن طريق الاستدلال اللفظي.
- حل مشكلات تتعلق على استبصار أو حدة ذهن.
- التعرف على العلاقات عن طريق الاستدلال المكاني.

التفكير الاستراتيجي⁶²

التفكير الاستراتيجي: هو عملية استدلال منطقي، تستهدف التوصل لاستنتاج ما أو معرفة جديدة بالاعتماد على فروض أو مقدمات موضوعية و معلومات متوافرة. و يأخذ البرهان الاستراتيجي شكل تركيب رمزي أو لغوي، يضم الجزء الأول منه فرضاً أو أكثر يمهّد الطريق للوصول إلى استنتاج محتوم. بمعنى أنه إذا كانت الفروض أو المعلومات الواردة في الجزء الأول من التركيب صادقة، فلا بد أن يكون الاستنتاج الذي يلي في الجزء الثاني صادقاً، ولتوضيح ذلك نورد المثال الآتي:

المقدمات

- ♦ جميع لاعبي التنس الأرضي المحترفين رياضيون.
- جميع الرياضيين أناس لديهم عضلات قوية.
- الاستنتاج: جميع لاعبي التنس الأرضي المحترفين أناس لديهم عضلات قوية.
- إن الهدف من البرهان الاستراتيجي هو تقديم دليل يتبعه و يترتب عليه بالضرورة استنتاج مقصود بيمينه، أما صدق البرهان من عدمه فيمكن تحديده بصورة أساسية عن طريق فحص بنائه أو مكوناته. فالبناء الذي لا يحقق الاستنتاج يجعل البرهان زائفاً حتى لو كانت فروضه أو مقدماته صادقة.

مثال:

الفروض / المقدمات .

- جميع الكلاب حيوانات.
- جميع القطط حيوانات.
- الاستنتاج: إذن جميع الكلاب قطط .

أما أبسط أشكال البرهان الاستنبالي فهي تلك التي تأتي على صورة قياس منطقي افتراضي، وتتكون من فرض رئيس أو مقدمة كبرى وفرض فرعي أو مقدمة صغرى ونتيجة مستنبطة منهما ومن الأشكال الصحيحة للقياس المنطقي الافتراضي:

أ. أن يأتي الفرض الفرعي مؤكداً لمقدمة الفرض الرئيس.

مثال: فرض رئيس / مقدمة كبرى:

- إذا أمطرت، تكون السماء ملبدة بالغيوم.

فرض فرعي مؤكد للمقدمة الكبرى:

- السماء تمطر.

نتيجة:

- إذا السماء ملبدة بالغيوم.

ب. أن يأتي الفرض الفرعي مناقضاً للشق الثاني من الفرض الرئيس المترتب على

مقدمته، مثل:

فرض رئيس:

- لو أخذ محمد الدواء لكان قد شفي.

فرض فرعي مناقضاً للشق الثاني:

- لم يشف محمد.

نتيجة: إذن، لم يأخذ محمد الدواء.

إن استخدامنا لأسلوب الاستدلال الاستنبالي يفوق كثيراً ما قد يتبادر للذهن، ذلك أن الكثير مما يعرفه كل واحد منا قد تم تعلمه عن طريق الاستنباط من أشياء أخرى نعرفها، ولو أن معرفتنا مقصورة على ما تعلمناه بشكل مباشر وصريح لكانت بلا شك محدودة كما وكيفا. إن الاستدلال عن طريق الاستنباط المنطقي عملية تفكير مركبة تضم مهارات التفكير الآتية:

- استخدام المنطق.

- التعرف على التناقضات في الموقف.

-تحليل القياس المنطقي.

-حل مشكلات قائمة على إدراك العلاقات المكانية

بعض الأسئلة لقياس التفكير الرياضي ومهاراته

أولاً: سلاسل الأعداد:

مثال: أذكر القاعدة التي تترتب بها الأعداد , 20 , 17 , 14 , 11 , 8 , 5
الجواب: نضيف (3) في كل مرة.

س68: أذكر القاعدة التي تترتب بها الأعداد فيما يأتي:-

- 1- , 2 , 4 , 8 , 16 , 32 , 64
- 2- , 283 , 139 , 67 , 31 , 13 , 4
- 3- , -90 , -42 , -18 , -6 , 0 , 3
- 4- , 1 , -3 , 9 , -27 , 81 , -243
- 5- , 13451 , 116 , 11 , -4 , 1

ثانياً: الاستقراء:

مثال: لاحظ الأمثلة الآتية:

$$1 = 1$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \text{ وهكذا}$$

ما مجموع ن من هذه الأعداد ؟ أي ما مجموع:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + \dots + \text{ن}$$

$$\text{ن (ن + 1)}$$

$$\frac{\text{الجواب: مجموع ن من هذه الأعداد}}{2} =$$

س69: لاحظ الأمثلة الآتية واجب عن المطلوب:

$$3 = 3$$

$$3 + 6 = 9$$

$$3 + 6 + 9 = 18$$

$$3 + 6 + 9 + 12 = 30$$

$$3 + 6 + 9 + 12 + 15 = 45$$

$$3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 = 63 \text{ وهكذا}$$

السؤال: ما مجموع 3 ن $3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18$

..... 5

س70: لاحظ الأمثلة الآتية واجب عن المطلوب:-

$$^1 2 = 2$$

$$^1 2 + ^2 2 = 6$$

$$^1 2 + ^2 2 + ^3 2 = 14$$

$$^1 2 + ^2 2 + ^3 2 + ^4 2 = 30$$

$$^1 2 + ^2 2 + ^3 2 + ^4 2 + ^5 2 = 62$$

$$^1 2 + ^2 2 + ^3 2 + ^4 2 + ^5 2 + ^6 2 = 128 \text{ وهكذا} \dots\dots\dots$$

السؤال: ما مجموع $^1 2 + ^2 2 + ^3 2 + ^4 2 + ^5 2 + ^6 2 + \dots\dots\dots + ^7 2$

س71: لاحظ الأمثلة الآتية واجب عن المطلوب:-

$$^3 1 = 1$$

$$^3 1 + ^3 2 = 9$$

$$^3 1 + ^3 2 + ^3 3 = 36$$

$$^3 1 + ^3 2 + ^3 3 + ^3 4 = 100$$

$$^3 1 + ^3 2 + ^3 3 + ^3 4 + ^3 5 = 225$$

$$^3 1 + ^3 2 + ^3 3 + ^3 4 + ^3 5 + \dots\dots\dots = 441 \text{ وهكذا}$$

السؤال: ما مجموع $^3 1 + ^3 2 + ^3 3 + ^3 4 + ^3 5 + ^3 6 + \dots\dots\dots + ^3 10$

س72: لاحظ العبارات الآتية:

العبارة س² - س + 5 عدد أولي: س لا، تكون صحيحة لكل س > 5.

العبارة س² - س + 11 عدد أولي: س لا، تكون صحيحة لكل س > 11.

العبارة س² - س + 25 عدد أولي: س لا، تكون صحيحة لكل س > 25.

المباراة س² - س + 35 عدد أولي: س ، تكون صحيحة لكل س > 35.

المباراة س² - س + 41 عدد أولي: س ، تكون صحيحة لكل س > 41.

متى تكون المباراة س² - س + ن عدد أولي: س، ن ، تكون صحيحة ؟

س73: لاحظ أمثلة الجمع لأعداد مختلفة (زوجية وفردية) الآتية:

1 + 3 = 4	0 + 2 = 2	1 + 0 = 3	2 + 1 = 3
3 + 5 = 8	2 + 4 = 6	3 + 2 = 5	4 + 3 = 7
5 + 7 = 12	4 + 6 = 10	5 + 4 = 9	6 + 5 = 11
7 + 9 = 16	6 + 8 = 14	7 + 6 = 13	8 + 7 = 15
9 + 11 = 20	8 + 10 = 18	9 + 8 = 17	10 + 9 = 19
11 + 13 = 24	10 + 12 = 22	11 + 10 = 21	12 + 11 = 23

ماذا تستنتج من جمع مثل هذه الأعداد؟

س74: لاحظ الجدول الآتي واستنتج التعميم متى يقبل العدد على (6):

العدد	نوعه	مجموع مراتبه	مجموع مراتبه يقبل القسمة على (3) =	قابلية العدد للتقسمة على (6)
256	زوجي	13	لا يقبل	لا يقبل
8940	زوجي	21	يقبل=7	يقبل
339	فردى	15	يقبل=5	لا يقبل
757	فردى	19	لا يقبل	لا يقبل
330	زوجي	6	يقبل=2	يقبل
65346	زوجي	24	يقبل=8	يقبل

س75: أكل المثل السادس بدون إجراء عمليات الضرب على غرار الأمثلة المتسلسلة

الجميلة الآتية:

40-8*5	30-6*5	20-4*5	10-2*5
440-88*5	330-66*5	220-44*5	110-22*5
4440-888*5	3330-666*5	2220-444*5	1110-222*5
44440-8888*5	33330-6666*5	22220-4444*5	11110-2222*5
444440-88888*5	333330-66666*5	222220-44444*5	111110-22222*5
.....*5*5*5*5

ثالثاً: الاستنباط

س76: إذا كان الشرط الضروري لمعرفة المثلث قائم الزاوية أن يكون مجموع مربعي ضلعي فيه يساوي مربع الضلع الثالث ضع علامة (✓) أمام أطوال الأضلاع التي تشكل مثلث قائم الزاوية:

1- (12 , 13 , 5) () .

2- (9 , 9 , 9) () .

3- ($5\sqrt{2}$, 10 , $5\sqrt{2}$) () .

4- (1 , 1 , 4) () .

5- (8 , 7 , 5) () .

س77: إذا كان س عدد موجب (س < صفر) و ص عدد سالب (ص > صفر) أي من الأعداد التالية يعتبر الأكبر؟

(i) $\frac{3 + \text{ص}}{\text{ص}}$ (ب) $\frac{\text{ص} - \text{ص}}{3}$ (ج) $\frac{3}{\text{ص} - \text{ص}}$ (د) $\frac{\text{ص}}{3 + \text{ص}}$

س78: إذا كان الوسط الحسابي لأعداد س، ص، ع هو س ص، ما هي قيمة ع؟

أ - $3 \text{ س ص} - \text{ص} - \text{ص}$

ب - $\text{س ص} - \text{ص} - \text{ص}$

ج - $3 \text{ س ص} + \text{ص} + \text{ص}$

د - $3 \text{ س ص} - (\text{س} - \text{ص})$

س79: إذا كانت المسافة بين أ، ب (400) م، والمسافة بين ب، ج (300) م، فإن المسافة بين أ، ج هي.....؟

(أ) 100 م (ب) 500 م (ج) 700 م (د) لا يمكن تحديدها من المعطيات

س80: إذا كانت (س) رقم فردي، فأي من المقادير التالية تكون قيمتها دائماً عدد فردي؟

(أ) $3 (\text{س} + \text{ص})$ (ب) $\text{س}^2 + 7$ (ج) س^2 (د) $\frac{\text{س} (\text{س} + 3)}{2}$

س81: إذا كانت :

ج * ك

د * _____ وكانت جـ ، لـ ، ك أعداد موجبة إذا ضربت لـ بالعدد (4) أو قسمت ك على (2)

لـ

عندها تكون القيمة الجديدة لـ (د) من قيمتها الأصلية ؟

(أ) 6 مرات (ب) أكبر بمرتين (ج) 8 مرات أقل (د) 4 مرات أكبر

س82: خمس سكان أحد القرى يعملون بزراعة القمح و ربع باقي السكان يعملون

بزراعة الفاكهة، بينما يعمل الباقون و عندهم (2100) خارج القرية، كم عدد

سكان القرية ؟

(أ) 3000 (ب) 3500 (ج) 4400 (د) 4700

س83: إذا كان حاصل ضرب 3 أعداد صحيحة أقل من أصغرهم، ما هو الشرط

الواجب توفره في هذه الأعداد لتحقيق ذلك ؟

(أ) أن يكون أحد الأعداد سالباً .

(ب) أن يكون اثنين من الأعداد سالبين والثالث موجباً .

(ج) أن لا تكون إشارة الثلاث أعداد متشابهة .

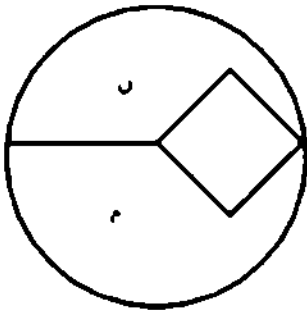
(د) لا يوجد أعداد يمكن أن تحقق ذلك .

س84: في دائرة مركزها م ونصف قطرها ن (أنظر الشكل) تم رسم مربع داخل هذه

الدائرة، واحدة من زوايا المربع هي م والزاوية المقابلة هي أ وهي تقع على محيط

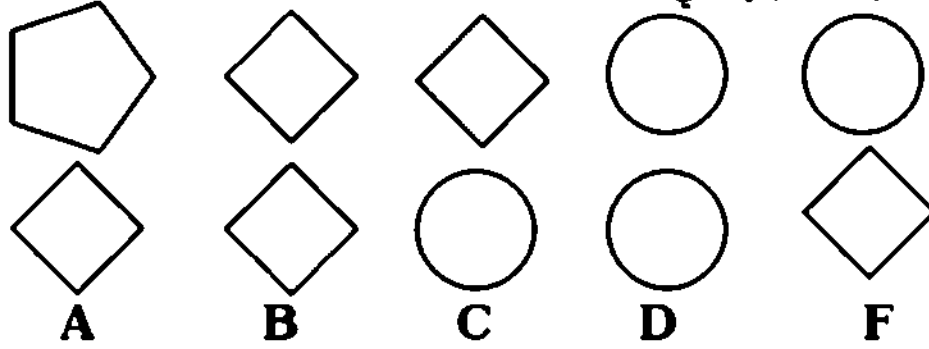
الدائرة. قيمة مساحة الدائرة مقسومة على مساحة المربع تساوي .

(أ) $2/n$ (ب) $n/2$ (ج) n/n (د) $4/n$



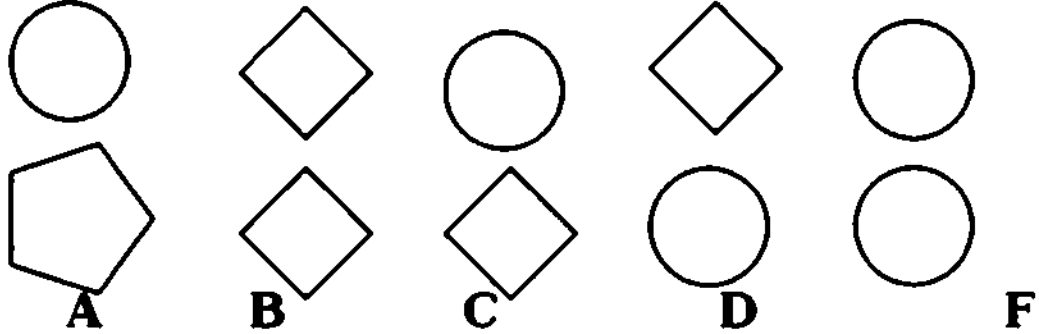
أسئلة التفكير المنطقي

مثال: استنتج الشكل الذي يتفق مع العبارة الآتية: الشكل الأعلى ليس دائرة والشكل الأسفل ليس شكل رباعي.



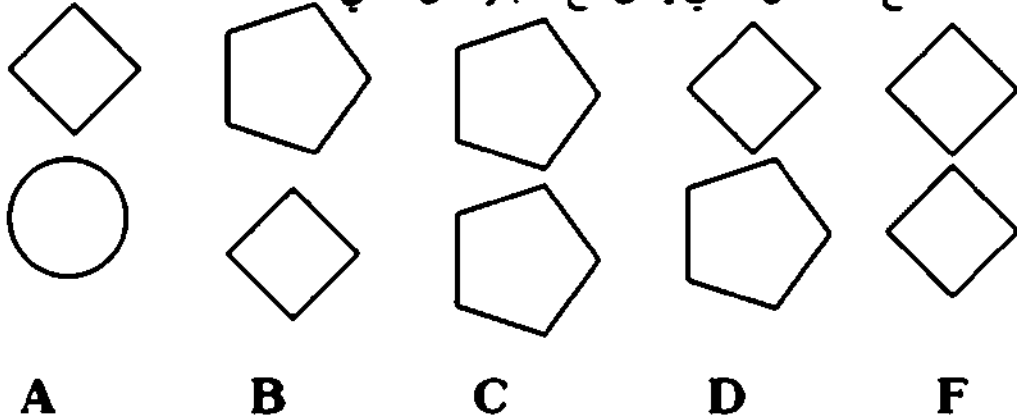
الجواب: الشكل C

س85: استنتج الشكل الذي يتفق مع العبارة الآتية: - الشكلان ليسا دائرتين.

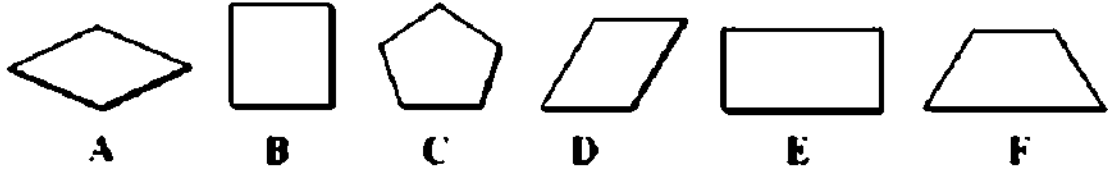


س86: إذا كان الشكل الأعلى شكل رباعي يكون الأسفل شكل خماسي، ضع

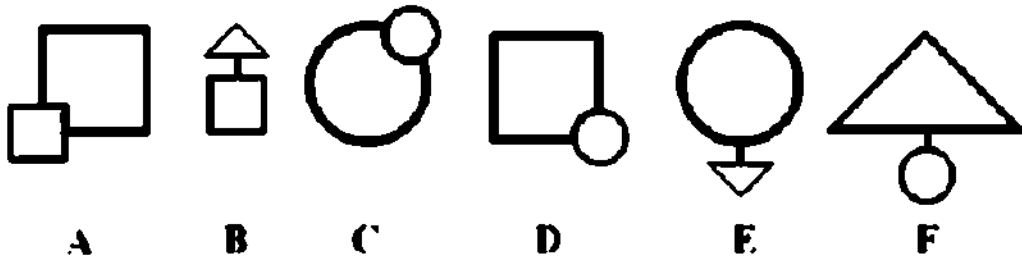
علامة (✓) مع الشكل الذي يتفق مع العبارة من الآتي:



س87: ما هو الشكل الذي يختلف عن باقي أشكال المجموعة ؟



س89: ما هو الشكل الأكثر اختلافاً عن باقي أشكال المجموعة الآتية ؟



س90: أي من الأشكال الخمسة أقل شبيهاً بباقي أشكال المجموعة ؟



س91: أرنب وأرنبة لهما ستة من الأرناب (الذكور)، أحد الأرناب له أختان، كم عدد أسرة الأرناب؟

س92: يسلق أحمد كل صباح بيضة للفطور في ثلاث دقائق، وذات يوم جاءه صديقان، كم من الوقت يلزم أحمد ليُعد ثلاث بيضات للجميع؟

س93: في اليوم الأول من السنة الدراسية، كانت معلمة الصف تتعرف على التلاميذ الجدد، وجدت بنتين متشابهتي الملامح تماماً، ولهما نفس اسم الأب. سألتها المعلمة: هل أنتما توأمين؟ أجابت إحدى البنتين: لا لسنا توأمين، ولكننا أختان، فكيف يكونا أختين لهما نفس الملامح، ولكنهما ليسا توأمين؟ متى يصح هذا المنطق

س94: احمد وفلاح وحسن يراد منك معرفة مهنة كل واحد (طبيب، مهندس، معلم) من المعلومات الآتية:

- المعلم أقل مرتب وله ابن وحيد.
- أخت احمد متزوجة من فلاح.
- حسن مرتبه أكثر من المهندس.

س95: صاحب مزرعة يريد أن يعبر لضفة الأخرى من النهر وعنه كمية من الحبوب و دجاجة و ثعلب، ارشد هذا المزارع عن الكيفية التي يعبر بزورقه إلى الضفة الأخرى دون أن يخسر أي واحد منهم شرط ينقل شيء واحد في كل مرة؟

س96: صندوق يحتوي 10 جوارب أسود و 10 جوارب بني والتي جميعا مخلوطة. ما المدد الأقل للجوارب الممكن سحبها بدون نظر وتكون متأكداً أن سحبنا زوج من نفس اللون؟

س97: أبوان وابنان كل واحد منهم صاد سمكة واحدة جمعوها في سلة واحدة وكانت ثلاثة سمكات فكيف يكون ذلك؟

س98: ما هو الشيء الذي له جلد وليس حيوان، وله ورق وليس نباتاً، ويستطيع أن يفهمك موضوع معين أو يقنعك وهو ليس إنساناً.

س99: هذا السؤال عبارة عن لغز كتبه العالم المشهور أينشتاين بنفسه في القرن الماضي، وقال أن 98 ٪ من سكان العالم لم يتمكنوا من حله وهو عبارة عن معلومات:

- 1- توجد خمس منازل لكل منها لون مختلف.
- 2- يسكن كل منزل شخص من جنسية مختلفة.
- 3- كل ساكن يفضل أن يشرب مشروباً معين، وله لعبة معينة، ويحتفظ بحيوان أليف معين.
- 4- لا أحد من الجيران الخمسة يشرب نفس المشروب أو له نفس اللعبة أو لديه نفس الحيوان.

معلومات الربط:

- 1- يسكن الأردني في المنزل الأحمر.
 - 2- لدى الخليجي غزال.
 - 3- يحب المصري شرب الينسون.
 - 4- البيت الأخضر على الجانب الأيسر من البيت الأبيض.
 - 5- مالك البيت الأخضر يشرب القهوة.
 - 6- الشخص الذي يلعب كرة طائرة لديه طائر.
 - 7- الرجل الذي يسكن في البيت الأوسط يشرب الحليب.
 - 8- مالك المنزل الأصفر يلعب كرة سلة.
 - 9- يسكن العراقي في المنزل الأول.
 - 10- يسكن الذي يلعب كرة طائرة مجاوراً الذي لدي خيول.
 - 11- الرجل الذي لديه خيول يسكن مجاوراً لمن يلعب كرة سلة.
 - 12- الذي يلعب التنس يحب المشروبات الغازية.
 - 13- يسكن العراقي مجاوراً للبيت الأزرق.
 - 14- يلعب المغربي لعبة كرة منضدة.
 - 15- الذي يلعب كرة قدم لديه جار يحب شرب الشاي.
- لا توجد خدعه في حل هذا اللغز ، بل هو منطلق صرف من يعرف الإجابة سيكون من ضمن (2%) الذي ذكرهم أينشتاين و وصفهم أذكى أذكاء العالم .
- المطلوب:رتب المعلومات لتحديد اللون / الجنسية / الحيوان / المشروب / اللعبة لكل واحد مع بعضها نريد معرفة من الذي يربي السمك ؟
- س100 في سباق لكرة القدم متكون من(8) فرق رياضية ، أجريت(7) مباريات في (3) جولات من المعلومات الآتية قرر الفريق الفائز برسم مخطط بياني:
- الفرق هم (أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، و ، ز ، ح).
 - الجولة الأولى: (4)مباريات على الترتيب: (أ تغلب على ب) ، (ج تغلب على د) ، (هـ خسر أمام و) ، (ز ، أحرز نقاط أكثر من ح).

- الجولة الثانية(2)مباريتان على الترتيب:الفائز في المباراة الثانية فاز على الفائز في المباراة الأولى، والفائز في المباراة الرابعة خسر أمام الفائز في المباراة الثالثة.
- الجولة النهائية(مباراة واحدة): الفائز في المباراة الخامسة خسر أمام الفائز في المباراة السادسة.

التعبير بالرموز

مثال:كان نظام العد العربي القديم يستخدمون الحروف محل الأعداد ويسمى بنظام الجمل حيث لكل حرف قيمة معينة كما في الجدول الآتي:

ا	ب	ج	د	هـ	و	ز
1	2	3	4	5	6	7
ح	ط	ي	ك	ل	م	ن
8	9	10	20	30	40	50
س	ع	ف	ص	ق	ر	ش
60	70	80	90	100	200	300
ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ
400	500	600	700	800	900	1000

مثال: $171 = 50 + 10 + 4 + 30 + 1$

تكون بالرموز = ا + ل + ع + ل + م = العلم.

س101 : اجب كنا في المثال السابق واكتب الأعداد بما تساوي من رموز:

$$1 : 95 = 50 + 10 + 4 + 30 + 1$$

$$2 : 124 = 4 + 50 + 70$$

$$3 : 66 = 5 + 30 + 30 + 1$$

$$4 : 163 = 40 + 1 + 30 + 60 + 1 + 30 + 1$$

س102: إذا كان:

$$8 - \diamond + \diamond$$

$$4 - 5 \diamond - 4 \text{ (hexagon) }$$

أكمل كما في المثال أعلاه:

$$1 : 4 \text{ (triangle) } + 5 \text{ (hexagon) } -$$

$$2 : 6 \text{ (pentagon) } - 5 \text{ (hexagon) } -$$

$$3 : 2 \text{ (hexagon) } \times 3 \text{ (triangle) } -$$

$$4 : 2 \text{ (octagon) } + 3 \text{ (triangle) } -$$

س103: عبر برموز للجملة الرياضية: عدد ونصفه وثلاثة وربعه يساوي 50.

$$\text{س104: عبر بمعادلة: عدد يزيد على مربعه بمقدار } \frac{1}{4}$$

س105: عبر بفرضية ثم معادلة عن الآتي:

ثلاثة أعداد زوجية متتالية ثلاثة أمثال أوسطها يزيد بمقدار (10) عن أكبرها.

س106: عبر بفرضية ثم معادلة عن الآتي: عدنان يزيد أحدهما عن الآخر بمقدار (4)،

وثلاثة أمثال العدد الأكبر يساوي أربعة أمثال العدد الأصغر.

س107: عبر بفرضية وكون بهما معادلتين:

عدد مكون من مرتبتين وأحاده يزيد عن عشراته بمقدار (1)، والعدد يساوي أربعة

أمثال مجموع رقميه.

س108: عبر بفرضية وكون بهما معادلتين:-

مستطيل محيطه (46) سم فإذا كان ثلث طوله يزيد 1 سم عن نصف عرضه.

اختبار التفكير المنطومي:

1 - نستطيع أن نعبر عن العدد (100) باستخدام خمس ثلاثيات مع أي عمليات تختارها كما في الآتي:

$$(33 \times 3) + \frac{3}{3} = 100$$

س99: كيف تعبر عن العدد (100):

(أ) - باستخدام ستة ثلاثيات مع أي عمليات تختارها ؟

(ب) - باستخدام سبعة ثلاثيات مع أي عمليات تختارها ؟

(ت) - باستخدام ثمانية ثلاثيات مع أي عمليات تختارها ؟

(ث) - باستخدام تسعة ثلاثيات مع أي عمليات تختارها ؟

(ج) - باستخدام عشرة ثلاثيات مع أي عمليات تختارها ؟

(ح) - باستخدام أي عدد فردي من الثلاثيات مع أي عمليات تختارها ؟

(خ) - باستخدام أي عدد زوجي من الثلاثيات مع أي عمليات تختارها ؟

2 - نستطيع التعبير باستخدام أربعة (2,2,2,2) والعمليات الحسابية المختلفة لإيجاد

نواتج مختلفة مثل الآتي:

$$0 = (2 + 2) - (2 + 2)$$

$$1 = \frac{22}{22}$$

س110: كيف نستطيع باستخدام أربعة (2,2,2,2) والعمليات الحسابية المختلفة

لإيجاد النواتج الآتية: 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12

12

س111: ما هو أكبر عدد يمكن تكوينه باستخدام أربعة (2,2,2,2) والعمليات

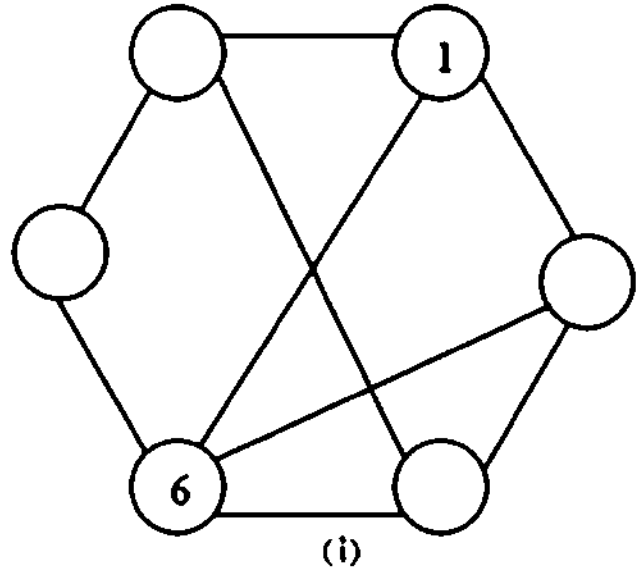
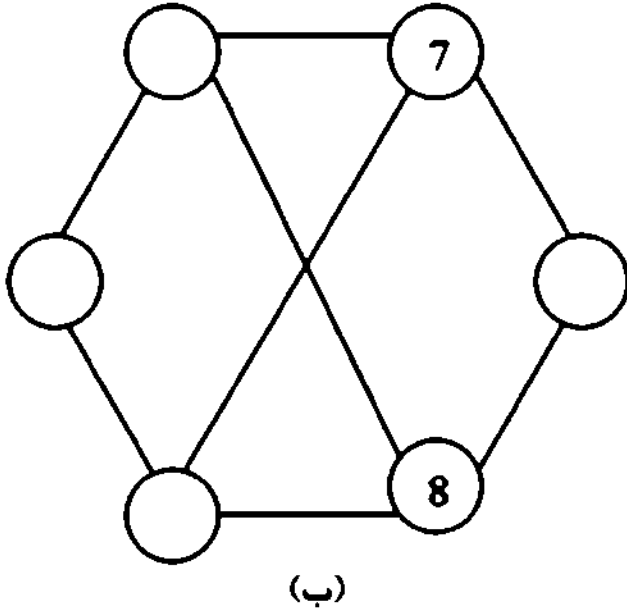
الحسابية المختلفة؟

س112: اكتب كل رقم من الأعداد الموجودة أدناه في النوائر الخالية بحيث لا يوجد

خدا يصل بين رقمين متتالين من الأشكال الآتي:-

أ - الأعداد: 2 , 3 , 4 , 5 في الشكل (أ)

ب - الأعداد: 9 , 10 , 11 , 12 في الشكل (ب)



الفصل الرابع

الاكتشاف الحر

وهو الاكتشاف الذي يترك للطلبة حرية الاكتشاف دون أي توجيه أو إشراف من قبل المدرس وهو أرقى أنواع الاكتشاف، ولا يجوز أن يخوض به المتعلمين إلا بعد أن يكونوا قد مارسوا النوعين السابقين، وفيه يواجه المتعلمون بمشكلة محددة، ثم يطلب منهم الوصول إلى حل لها ويترك لهم حرية صياغة الفروض وتصميم التجارب وتنفيذها.

وأن هذا الأسلوب يستثير الدوافع الداخلية أكثر من الخارجية ويزيد قدرة المتعلم على خزن واسترجاع المعلومات، إذ أثبت أن المعلومات التي يكتشفها المتعلم بنفسه أكثر بقاء في الذاكرة⁶⁴.

وأذكر قصة كان مدرس الرياضيات قصصها علينا أثناء تدريسه لنا في المرحلة الإعدادية (الخامس العلمي) وعند شرح موضوع مجموع متوالية عددية إذا علم حداها الأول والآخر:

$$J_n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ حيث } n \text{ الحد الأول، } n \text{ الحد الأخير، } n \text{ عدد الحدود}$$

ونحن بدورنا كمعلمين نقصصها على طلبتنا: وهي أحد المعلمين أراد أن يشغل طلبته بأعمار 10 سنوات في المرحلة الابتدائية في مسألة معينة لكي لا يثيروا ضوضاء فطلب منهم أن يجمعوا الأعداد من (1,2,3,4,...,100) وفوجئ المعلم أن أحد طلبته (ويدعى كاوس العالم الشهير فيما بعد) أعطاه الجواب مباشرة معتمدا على فكرة من عنده مجموع العددين الأول والآخر منسروب "نصف العدد الأخير وبهذا يؤكد القانون الذي أسلفنا ذكره علما بأن هذه القصة تعود عام 1865م⁶⁵.

كان اكتشاف كاوس اكتشاف حر حيث لاحظ:

⁶⁴ أساليب تدريس العلوم، عائش زيتون، مصدر سابق ص 140

⁶⁵ "كاوس" - قصة اكتشافه للقانون الذي يجمع الأعداد من 1 إلى 100، ص 284

$$1 + 100 = 101$$

$$2 + 99 = 101$$

$$3 + 98 = 101$$

$$4 + 97 = 101$$

$$5 + 96 = 101$$

$$6 + 95 = 101$$

$$50 + 51 = 101$$

أي يظهر (50) حالة يكون فيها المجموع (101) وهو نصف عدد الحدود
البالغة (100)

$$50 \times 100 = 5050$$

أي

المجموع = $(1 + 100) \times \frac{100}{2}$ وهو نفسه القانون الذي ذكرنا سابقا ويدرس

الرياضيات المعتمدة (2006) وكان الكاتب يلتمس من طلبته ارتياح لتلك القصة
ويؤثفها في حينها أن الرياضيات من صنع البشر ويمكن الطلبة يكتشفوا أو يعيدوا
اكتشاف القوانين الرياضية، كما فعل الطالب كاوس وأعاد ما اكتشفوا العرب، و
أكد هذه الحقيقة أيضا مدرسي الرياضيات أثناء مناقشتهم في دورات تدريبية
(الكاتب كان محاضرا فيها) أن الطلبة ممكن أن يقترحوا اقتراحات وطرق حل
مغايرة ومختصرة جدا لما ي طرح المدرس تدل على تفكير سليم منهم، وبذلك تضاف
هذه الأفكار إلى خبرة إلى المدرس، حيث أن عملية التعليم والتعلم إبدالية.

أهداف التعلم بالاكتشاف (أهداف عامة):

- تساعد دروس الاكتشاف الطلبة على زيادة قدراتهم على تحليل وتركيب وتقويم المعلومات بطريقة تثير التفكير.
- يتعلم الطلبة من خلال اندماجهم في دروس الاكتشاف بعض الطرق والأنشطة الضرورية للكشف عن أشياء جديدة بأنفسهم تهيئ لدى الطلبة اتجاهات واستراتيجيات في حل المشكلات والبحث.
- تحقق الاتجاه الإيجابي للتعليم والشعور بالمنعة وتحقيق الذات عند الوصول إلى اكتشاف ما.

أهداف التعلم بالاكتشاف (أهداف خاصة):

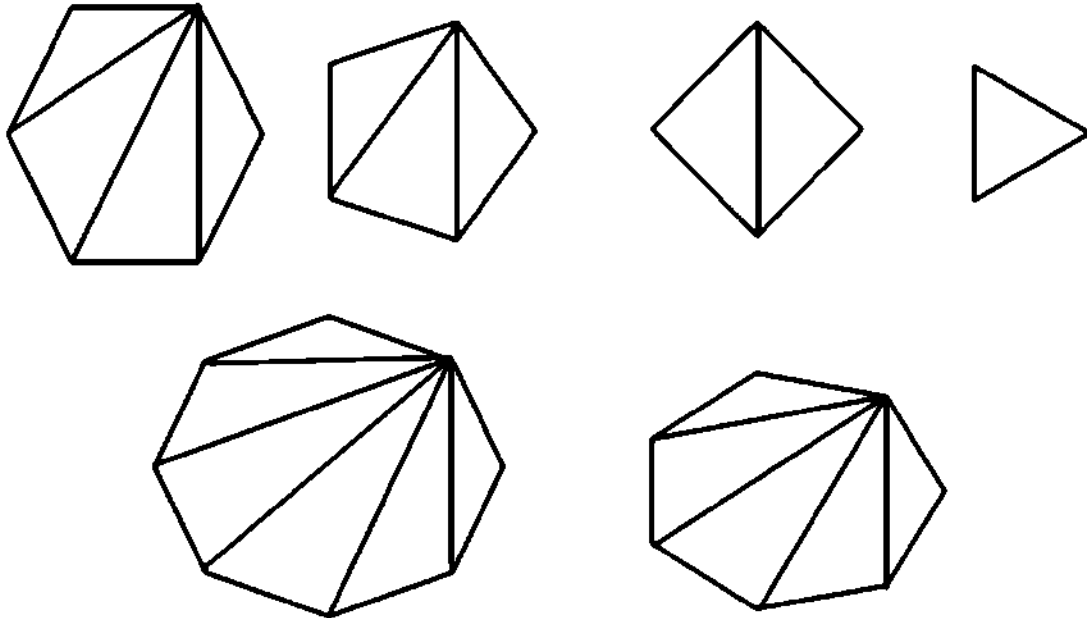
- يتوافر لدى الطلبة في دروس الاكتشاف فرصة كونهم يندمجون بنشاط الدرس.
- إيجاد أنماط مختلفة في المواقف المحسوسة والمجردة والحصول على المزيد من المعلومات.
- يتعلم الطلبة صياغة استراتيجيات إثارة الأسئلة غير الفامضة واستخدامها للحصول على المعلومات المفيدة.
- تساعد في إنماء طرق فعالة للعمل الجماعي ومشاركة المعلومات والاستماع إلى أفكار الآخرين والاستئناس بها.
- تكون للمهارات والمفاهيم والمبادئ التي يتعلمها الطلبة أكثر معنى عندهم وأكثر استبقاء في الذاكرة.
- المهارات التي يتعلمها الطلبة من هذه الطريقة أكثر سهولة في انتقال أثرها إلى أنشطة ومواقف تعلم جديدة.

طرق الاكتشاف:

أولاً: طريقة الاكتشاف الاستقرائي: وهي التي يتم بها اكتشاف مفهوم أو مبدأ ما من خلال دراسة مجموعة من الأمثلة النوعية لهذا المفهوم أو المبدأ وهناك عمليتان يتضمنهما أي درس اكتشاف استقرائي هما التجريد والتعميم.

وعلى معلمي الرياضيات عند استخدام الاكتشاف الاستقرائي أن نهين للطلاب مجموعة من الأسئلة والنماذج التي تمكنهم من الوصول للمبدأ المطلوب وأن نشجعهم على المفامرة بالتخمين وتشجيعهم على فحص تخميناتهم بعناية مع ملاحظة أنه ليس بالضرورة أن يكون الطلبة قادرين على صياغة القاعدة أو المبدأ قيد الدراسة بالطريقة الفنية ولكن المهم أن يتوصل إلى الهيكل العام للقاعدة أو المبدأ.

مثال: كيف نجد مجموع الزوايا الداخلية لمضلع منتظم: لاحظ المضلعات ويمكن تقسيمها إلى مثلثات من أحد رؤوس المضلع إلى بقية الرؤوس.



المعلم: مما لنملا الجدول:

الشكل	عدد أضلاع المضلع	عدد المثلثات	مجموع الزوايا الداخلية
مثلث	3	1	$180 - 180 \times 1$
مربع	4	2	$360 - 180 \times 2$
مخمس	5	3	$540 - 180 \times 3$
المسدس	6	4	$720 - 180 \times 4$
المسبع	7	5	$900 - 180 \times 5$
المثمن	8	6	$1080 - 180 \times 6$

المعلم: نريد الآن نصيغ قاعدة لمجموع أي مضلع عدد أضلاعه (ن) ولاحظوا الجدول واكتشفوا ما فيه من علاقات.

طالب: المسألة لها علاقة بتحويلها إلى مثلثات ولاحظت عدد المثلثات المتكونة نفس عدد أضلاعه مطروحا منه (2)، ثم نضربه بمجموع زوايا المثلث (180).

المعلم: هذا جيد، هل هناك ملاحظة أخرى.

بعض الطلبة: لاحظنا ذلك أيضا.

المعلم: جيد هذا صحيح، أريد طالب آخر يصيغها بالحروف لمضلع عدد أضلاعه (ن).

طالب آخر: مجموع الزوايا الداخلية لمضلع (عدد أضلاعه ن) = $(2 - \text{ن}) \times 180$.

مثال: مجموع حاصل ضرب العدد 9 × أي رقم يساوي 9 أو مضاعفاتها.

لاحظ أمثلة ضرب العدد 9 (أي مضاعفات) وأكمل التي لا يوجد فيها جواب:

$$9 \times 1 = 9$$

$$9 \times 2 = 18$$

$$9 \times 3 = 27$$

$$9 \times 5 = 36$$

$$9 \times 5 = 45$$

$$9 \times 6 =$$

$$9 \times 7 = 63$$

$$9 \times 8 =$$

$$9 \times 9 = 81$$

$$9 \times 10 = 90$$

$$9 \times 11 =$$

$$9 \times 12 = 108$$

المدرس: من الأمثلة السابقة ما هو مجموع ناتج الضرب في كل مرة.

الطالب: المجموع دائما 9

المدرس: صحيح ولكن لا تتسرع ماذا عن $9 \times 11 = 99$ ما هو مجموع الناتج.

طالب: 18

المدرس: صحيح وما علاقة ب 9.

طالب: من مضاعفات 9.

المعلم: لנأخذ مزيدا من الأمثلة: ماذا تستنتجون أيضا.

$$9 \times 20 = 180$$

$$9 \times 100 = 900$$

$$9 \times 30 = 270$$

$$9 \times 200 = 1800$$

$$9 \times 40 = 360$$

$$9 \times 300 = 2700$$

$$9 \times 50 = 450$$

$$9 \times 400 = 3600$$

$$9 \times 60 = 540$$

$$9 \times 500 = 4500$$

طالب: دائما مجموع ناتج ضرب أي عدد $9 \times$ الجواب يكون 9 أو مضاعفاتها.

مع ملاحظة: قد يتسرع الطلبة ويعمم أي تعميم على أمثلة متشابهة فلا نهمل أي إجابة

دون تعليق ودون إخراج الطالب.

الطالب: من الطبعي أن يكون الناتج 9 أو مضاعفاتها لأننا نضرب $9 \times$.

المدرس: سؤال جيد جرب أي عدد آخر غير العدد 9 ولنقل 7 مثلا.

الطالب: $7 \times 1 = 7, 7 \times 2 = 14, 7 \times 3 = 21, 7 \times 4 = 28, 7 \times 5 = 35$

$$= 14, 7 \times 3 = 21$$

المدرس: كفى ما هو المجموع في كل حالة.

الطالب: مرة المجموع 7، ومرة المجموع 5، ومرة 3، ومرة 10،

المدرس: لاحظت لا يمكن أن يوجد عدد نفسه كما في التسعة هل لاحظت التعميم

خاص بالتسعة.

أسئلة للقارئ الكريم⁶⁶:

س113: لاحظ الأمثلة الآتية والتي هي مجموعة أعداد فردية حاول أن تكتشف العلاقة بين عدد الأعداد الفردية التي تجمع مع ناتج الجمع:

$$1=1$$

$$1+3=4$$

$$1+3+5=9$$

$$1+3+5+7=16$$

$$1+3+5+7+9=25$$

$$1+3+5+7+9+11=36$$

$$1+3+5+7+9+11+13=49$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15=64$$

س114: لاحظ الأمثلة هل تستطيع أن تخبرنا ناتج المثال (7) دون إجراء عملية الضرب، وكيف يترتب الناتج:

$$99 \times 1 = 099$$

$$99 \times 2 = 198$$

$$99 \times 3 = 297$$

$$99 \times 4 = 396$$

$$99 \times 5 = 495$$

$$99 \times 6 = 594$$

$$99 \times 7 = \dots$$

$$99 \times 8 = 792$$

$$99 \times 9 = 891$$

$$99 \times 10 = 990$$

س115: لاحظ الأمثلة الآتية وفسر ماذا تستنتج من هذا الترتيب الجميل:

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$111111 \times 111111 = 12345654321$$

$$1111111 \times 1111111 = 123456787654321$$

$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$

$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$

س116: لو ضربنا الرقم (8) ومكرراتها بالرقم (5) لاحظ معي النواتج، واخبرنا على

أي قاعدة يترتب الناتج:

$$5 \times 8 = 40$$

$$5 \times 88 = 440$$

$$5 \times 888 = 4440$$

$$5 \times 8888 = 44440$$

$$5 \times 88888 = 444440$$

$$5 \times 888888 = 4444440$$

$$5 \times 8888888 = 44444440$$

$$5 \times 88888888 = 444444440$$

س117: انظر إلى الترتيب الجميل إذا ضربت تسلسل الأرقام (987654321) في (9)

ومضاعفاتها يظهر لك الناتج من تسعة أرقام متشابهة متكررة كما في الأمثلة الآتية:

$$123456789 \times 9 = 111111111$$

$$123456789 \times 18 = 222222222$$

$$123456789 \times 27 = 333333333$$

$$123456789 \times 36 = 444444444$$

$$123456789 \times 45 = 555555555$$

$$123456789 \times 54 = 666666666$$

$$123456789 \times 63 = 777777777$$

$$123456789 \times 72 = 888888888$$

$$123456789 \times 81 = 999999999$$

هل تستطيع أن تكتب نفس هذه الأمثلة بصيغة أخرى؟ وماذا يظهر لك إذا قلبت الترتيب أي:

$987654321 \times 9 =$ ومضاعفاتها حاول أن تجربها بالحاسبة الصغيرة وتسجل نتائجك

س118: لاحظ تسلسل العمليات الآتية وكتب المثال التاسع بدون إجراء العمليات:

$$\begin{aligned}9 \times 0 + 1 &= 1 \\9 \times 1 + 2 &= 11 \\9 \times 12 + 3 &= 111 \\9 \times 123 + 4 &= 1111 \\9 \times 1234 + 5 &= 11111 \\9 \times 12345 + 6 &= 111111 \\9 \times 123456 + 7 &= 1111111 \\9 \times 1234567 + 8 &= 11111111\end{aligned}$$

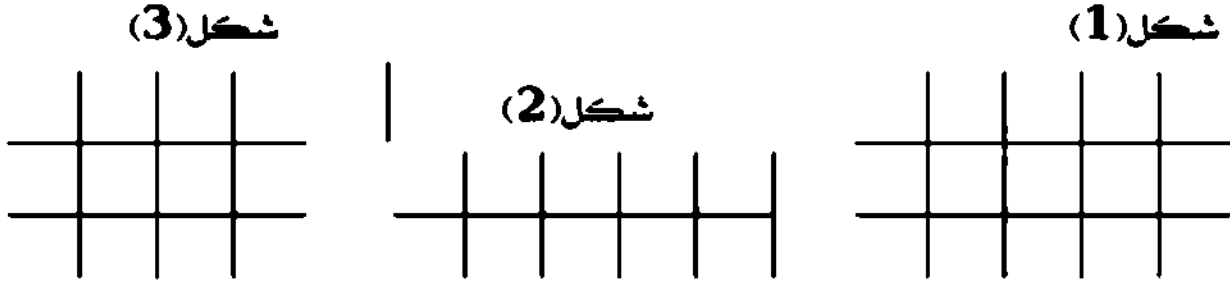
طريقة الاكتشاف الاستدلالي

هي التي يتم فيها التوصل إلى التعميم أو المبدأ المراد اكتشافه عن طريق الاستنتاج المنطقي من المعلومات التي سبق دراستها ومفتاح نجاح هذا النوع هو قدرة المعلم على توجيه سلسلة من الأسئلة الموجهة التي تقود الطلبة إلى استنتاج المبدأ الذي يرغب المعلم في تدريسه ابتداء من الأسئلة السهلة وغير الفامضة ويتدرج في ذلك حتى الوصول إلى المطلوب.

مثال 1: إيجاد مساحة المستطيل

تتضح أهمية هذه المهارة في حل المسائل التطبيقية المتعلقة بمساحة المستطيل، كما تكمن أهمية هذه المهارة في كونها تطبيق للمهارات السابقة، مثل مهارة إدراك مفهوم المساحة من خلال عدد الوحدات المربعة في الشكل .

يكون المعلم عدة مستطيلات على اللوحة الهندسية ، ويطلب من الطلاب إكمال الجدول الآتي:



المستطيل	المساحة	الطول	العرض	الطول + العرض	الطول × العرض
الشكل (1)	15	5	3	8	15
الشكل (2)	10	5	2	7	10
الشكل (3)	12	4	3	7	12

ثم يسأل المعلم عن العلاقة بين المساحة و (الطول × العرض) أو (الطول + العرض) ؟
يستنتج الطلاب أن مساحة المستطيل = الطول × العرض
ثم تمارين تطبيقية متنوعة لتثبيت المفهوم والمهارة والتعميم.

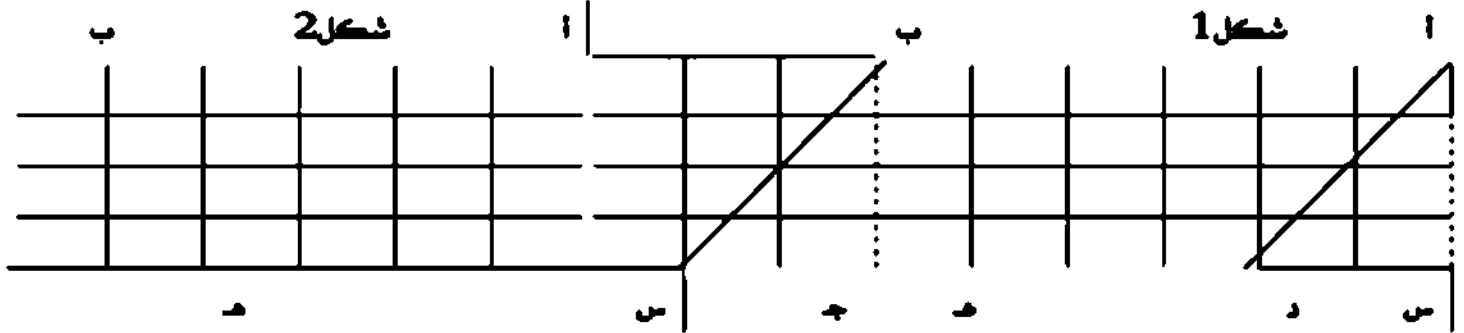
مثال 2: إيجاد مساحة المتوازي الأضلاع.

يمكن للمعلم تقديم مفهوم مساحة متوازي الأضلاع من خلال مساحة المستطيل المعروفة لدى الطالب سابقا .

يحدد المعلم شكل المتوازي الأضلاع (أ ب ج د) أو يطلب من الطلبة تحديد متوازي الأضلاع على اللوحة الهندسية وتحديد أحد أضلاعه وتسميته (القاعدة وهي أ ب أو د هـ) ثم رسم عمود من هذه القاعدة على الضلع المواجه ونسميه (ارتفاع وهو ب هـ ، أو أ س) .

المعلم: ولو قطعنا المثلث ب ه ج للصقناه على المثلث أ س د لتحول المتوازي (أ ب ج د) في شكل (1) إلى المستطيل (أ ب ه س) كما شكل (2).

قاعدة للمتوازي وناخذ طولها 6 مريعات (6سم)، والارتفاع اس، ب ه = 4 مريعات أو 4 سم



ومساحة المتوازي = مساحة المستطيل

قاعدة المتوازي أ ب = طول المستطيل أ ب

ارتفاع المتوازي ب ه أو أ س = عرض المستطيل أ س

المعلم: هل يمكن حساب مساحة المستطيل ؟ ..

طالب: نعم مساحة المستطيل = الطول × العرض أو مساحة المستطيل = القاعدة ×

الارتفاع

المعلم: جيد أريد تطبيق المساحة بالأعداد المثبتة

طالب مساحة المستطيل = $6 \times 4 = 24$ سم²

المعلم: من يقل الآن كيف نحسب مساحة المتوازي ؟

طالب: نقدر أي متوازي تحويله إلى مستطيل بطريقة السابقة، فيكون:-

مساحة المتوازي أضلاع = القاعدة × الارتفاع

مساحة المتوازي أضلاع = $6 \times 4 = 24$ سم²

مثال 3: مجموع ن من الأعداد الزوجية = ن (ن+1)

المدرس: ماذا نسمي العدد 2 فردي أو زوجي.

طالب: زوجي.

المدرس: صحيح، وكل رقم يقبل القسمة على 2 يسمى عدد زوجي

مثل 2,4,6,8,10,12,14,...

المدرس: 2 مجموعها لوحدما 2.

المدرس: ما مجموع $2 + 4$ ؟

طالب: 6.

المدرس: صحيح جيد.

المدرس: وماذا مجموع ثلاثة أعداد زوجية متتالية $2 + 4 + 6$ ؟

طالب: 12.

المدرس: ما مجموع $2 + 4 + 6 + 8$ ؟

طالب: 20.

المدرس: وماذا عن 6 أعداد زوجية متتالية أي: $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12$ ؟

طالب: 42.

مدرس: حسنا ما مجموع عدد كبير من الأعداد الزوجية المتتالية أي:

... $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 22$ إلى ن من المرات.

هنا لا يستطيعون الطلبة الإجابة.

المدرس: حسنا لنستمر في الأسئلة ولا نحطوا معي:

جمعنا (1) عدد زوجي كان الناتج 2

جمعنا (2) عدد زوجي كان الناتج 6

جمعنا (3) عدد زوجي كان الناتج 12

جمعنا (4) عدد زوجي كان الناتج 20

جمعنا (6) عدد زوجي كان الناتج 42

المدرس: إلا تلاحظون معي هناك رقم مختلف يضرب في عدد الأعداد الزوجية في كل

مرة وما علاقة الناتج عملية الضرب.

طالب: العدد (1) اصبح الناتج (2) أي ضرب في (2)

العدد (2) اصبح الناتج (6) أي ضرب في (3)

العدد (3) اصبح الناتج (12) أي ضرب في (4)

العدد (4) اصبح الناتج (20) أي ضرب في (5)

العدد (6) أصبح الناتج (42) أي ضرب في (7)

المدرس: جيد هذا صحيح إلا توجد علاقة بين العدد والرقم الذي نضرب فيه.

الطالب آخر نعم يضرب في الرقم الذي يليه.

المدرس: أحسنت، هذا هو المطلوب.

المدرس: وماذا إذا كان العدد ن من الأعداد الزوجية بماذا نضربه.

طالب: يضرب ن * (ن+1).

المدرس: أحسنت ولأن مجموع، من الأعداد الزوجية المتتالية = ن * (ن+1)

مثاله: أعداد له خاصية عجيبة:

أ، ب، ج، د 3 د بحيث أ * ب = ج * د ومنها أ ج * ب د = ج أ * د ب

المدرس: لاحظ هذه الأعداد بحيث ناتج ضرب عددين يساوي نفس ناتج مضروب

مكوسهما:-

$$21 \times 24 = 12 \times 42 = 504$$

$$21 \times 36 = 12 \times 63 = 756$$

$$21 \times 48 = 12 \times 84 = 1008$$

$$31 \times 26 = 13 \times 62 = 806$$

$$31 \times 39 = 13 \times 93 = 1209$$

المدرس: هل تستطيعون أن تأتي بمثل هذه الأعداد (من الصعوبة عن طريق المحاولة

والخطأ).

طالب: ليس أمامنا إلا طريقة المحاولات.

مدرس: دعني أوضح لكم أكثر من يحلل العدد (12) إلى عوامله؟

$$4 \times 3 = 12 \quad \text{طالب:}$$

$$6 \times 2 = 12 \quad \text{طالب آخر:}$$

المدرس: أي $4 \times 3 = 6 \times 2$ ومن خلالها نستطيع أن نحصل الأعداد التي

لها الخاصية العجيبة بهذا الترتيب: $32 \times 46 = 23 \times 64 = 1472$

طالب: أي نأخذ العدد الأول مع الأول والثاني مع الثاني.

المدرس: هذا صحيح من يأتي بأعداد معاكسة.

طالب: عفوا يا أستاذ قبل أن أجيب وإذا عكسنا ترتيب الأعداد أي: $4 = 2 \times 6$
 $3 \times$

المدرس: لما لا تجرب بنفسك وقم على السبورة.

الطالب على السبورة: $1472 = 32 \times 46 = 23 \times 64$ نفس
 الجواب

المدرس: أنت فقط عكست طرق المعادلة ولأن علاقة (=) علاقة إبدالية أي أ = ب يؤدي

ب = أ، ولكن جرب هذا الترتيب لنفس الأعداد: $3 \times 4 = 6 \times 2$

الطالب: $1512 = 36 \times 42 = 24 \times 63$ لقد ظهرت أعداد جديدة
 والنتائج تختلف.

المدرس: هل اختفت الخاصية.

الطالب: لا ما زالت تحقق الخاصية المجيبة.

المدرس: في الحالة الثانية غيرنا ترتيب الأعداد، وتغير ترتيب الأعداد يؤثر على النتيجة،
 وابسط مثال على ذلك، العدد (19) غير ترتيبه يصبح (91) أنظر تغيرت قيمته.

المدرس: أريد المزيد من الأمثلة لأعداد تحقق الخاصية المجيبة.

طالب: $4 \times 4 = 2 \times 8$ ومنها $2016 = 42 \times 48 = 24 \times 84$

طالب آخر: $4 \times 9 = 6 \times 6$ ومنها $4416 = 96 \times 46 = 69 \times 64$

المدرس: من يصيغ لي القاعدة العامة (بالحروف) للحصول على الأعداد التي تحقق
 الخاصية المجيبة.

طالب: أ، ب، ج، د 3 د بحيث أ × ب = ج × د ومنها أ ج × ب د = ج أ × د ب

المدرس: أحسنت.

س119 هل بالإمكان تقديم برهان رياضي لإثبات الأرقام التي تحقق الخاصية المجيبة
 في مثال 4.

إرشادات عند استخدام طريق التعلم بالاكتشاف

1. أن يكون المبدأ أو المفهوم المراد اكتشافه واضحاً في ذهن المعلم وذلك يساعد على اختيار الأمثلة أو الأسئلة التي سوف يقدمها.
2. أن يأخذ المعلم أو في اعتبارهم العوامل ذات الصلة قبل أن يقرر هل يستخدم هذه الطريقة أم لا فبعض المبادئ معقدة لدرجة تكون طريقة الاكتشاف فيها غير فعالة.
3. الأخذ في الاعتبار قبل أن يقرر هل يستخدم اكتشافاً استقرائياً أم استدلالياً أو هما معا فمثلاً نظريات التباديل قد يصعب تدريسها بالاكتشاف الاستقرائي وحده ولكنه سهل بالخلط بينهما وكذلك بعض نظريات التكامل.
4. في حالة استخدام طريقة الاكتشاف الاستقرائي يجب اختبار أمثلة بحيث تمثل المجال الذي سيعمل فيه المبدأ.
5. في حالة استخدام طريقة الاكتشاف الاستقرائي يجب عدم إجبار الطلبة على التعبير اللفظي.
6. أن نهتم بالإجابات والاقتراحات غير المتوقعة من الطلبة.
7. أن نقرر متى نقدم للطلبة الذي لا يستطيعون الاكتشاف المعلومات المطلوبة كالوقت مثلاً.
8. جعل الطلبة يتأكدون من صحة استنتاجهم أو اكتشافهم بالتطبيق مثلاً.

النتائج المتوخاة من دروس الاكتشاف

1. تزيد من القدرة العقلية الإجمالية لدى الطالب أو الطالبة فيصبحوا قادرين على النقد والتوقع والتصنيف والتمييز.
2. تكسبهم القدرة على استعمال أساليب البحث والاكتشاف وحل المسائل وبالتالي تؤثر إيجاباً على نواح أخرى كثيرة من حياتهم.

3. تكسبهم الشعور بان الرياضيات مادة قابلة للاكتشاف وليست مادة مجردة.

4. تكسبهم الشعور بقيمة التحليل المنطقي.

5. تكسبهم الشعور بان الرياضيات ممتعة وإثارة عقلية وإنها ذات قيمة عالية.

6. تزيد من اتجاههم الإيجابي للتعلم أكثر نتيجة الحماس إلى يعيشونه أثناء البحث.

مأخذ على طريقة الاكتشاف

- 1- تستغرق وقت وجهد طويل.
- 2- قد يبالغ المدرس بتوجيهه للطلاب.
- 3- ليس بمقدور كل الطلاب الاكتشاف.

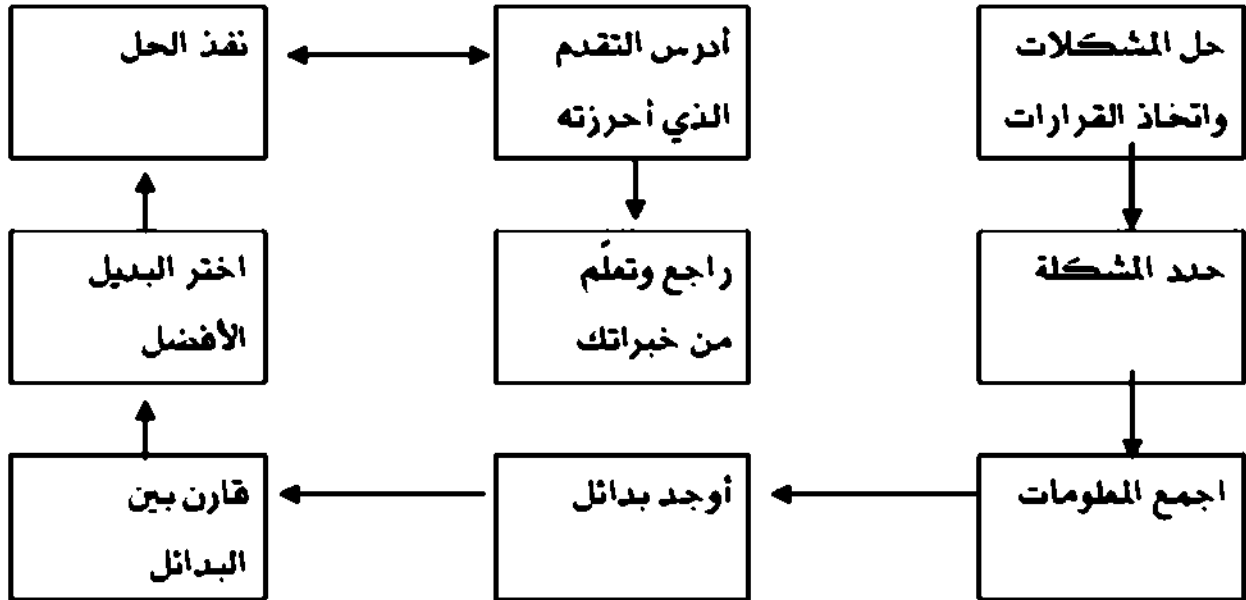
ثانيا: تنمية التفكير من خلال طريقة حل المشكلات

القدرة على حل المشكلات هي مطلب أساسي في حياة الفرد. فكثير من المواقف التي نواجهها في الحياة اليومية هي أساساً مواقف تتطلب حل المشكلات...

ويعتبر حل المشكلات أكثر أشكال السلوك الإنساني تعقيدا وأهمية. ويتعلم الطلاب حل المشكلات ليصبحوا قادرين على اتخاذ القرارات السليمة في حياتهم. فلو كانت الحياة التي سيواجهها الأفراد ذات طبيعة ثابتة ، وكان لكل منهم دور أو أدوار محددة يؤديونها ، لما كان حل المشكلات قضية ملحة. فكل ما على الفرد أن يتعلمه هو تأدية أدواره المحددة له ، ولكن الحياة متغيرة ، ومعقدة.. وكل ما نستطيع أن نتنبأ به هو أنها لن تكون على ما هي عليه الآن في عالم كهذا ، تفدوا مقدرة الفرد على التكيف وحل المشكلات أمرا بالغ الأهمية.

نحن نقوم بحل المشكلات واتخاذ القرارات في كل يوم و طوال اليوم: في البيت، في العمل، أثناء اللعب، وحتى في أماكن التسوق.

إن بعض المشكلات والقرارات تضمننا فعلاً أمام تحديات كبيرة، وتتطلب الكثير من التفكير، والمعالجة، والبحث. إن الخطوات المقترحة أدناه مصممة لكي تساعد على اتخاذ قرارات جيدة.



هناك العديد من التعاريف لفهوم المشكلة **Problem**، فالمشكلة كما عرفها:

- (سميث) (Smith): موقف يسمى فيه الفرد للبحث عن وسائل فعالة للتغلب على عائق أو عوائق تحول دون الوصول لهدف ذي قيمة.
- وعرفها (المليجي) بأنها هي أي نقص يواجهه الكائن الحي في التوافق، وتنجم المشكلة عادة عن عائق في سبيل هدف لا يمكن بلوغه بالسلوك الذي اعتاده الفرد. مما يؤدي إلى شعوره بالتردد أو الحيرة والتوتر. وهذا يدفعه إلى أن يسعى لحل حتى يتخلص مما يعانيه من ضيق وتوتر.
- وفي معجم علم النفس، المشكلة وهي الفرد باستحالة التغلب على الصعوبات والتناقضات الناشئة في موقف معين عن طريق المعرفة والخبرة المتوفرة⁶⁷.

⁶⁷ "المشكلة" هي موقف يواجهه الفرد يستحيل التغلب عليه بالسلوك الذي اعتاده الفرد. مما يؤدي إلى شعوره بالتردد أو الحيرة والتوتر. وهذا يدفعه إلى أن يسعى لحل حتى يتخلص مما يعانيه من ضيق وتوتر.

هو وضع جديد غير مرغوب فيه، نتيجة تغير يقرأ على طريقة العمل أو بسبب ظرف معين. ولتحديد أي مشكلة والتعرف عليها يجب التساؤل عن النشاط أو العمل الذي لم يردى كالمعتاد،

ولماذا حدث ذلك، وهل النتيجة الجديدة مقبولة أم غير مقبولة، وما الغاية المرجوة من حل المشكلة القائمة؟⁶⁸

• هي حالة أو موقف يتضمن خللاً أو أزمة بحاجة إلى معالجة من أجل

الوصول إلى هدف معين. وتتكون المشكلة من ثلاثة أركان:

1. المعلومات: وهي المعلومات والحقائق التي تصف الحالة فعلياً.
2. الأهداف: وهي الوضع المطلوب الوصول إليه.
3. العقبات: وهي الصعوبات التي تعترض عملية الوصول إلى الحل المطلوب.

خطوات التعامل مع المشكلات:

1. التعرف على المشكلة
2. تحديد المشكلة
3. تحليل طبيعة المشكلة
4. استعراض أعراض المشكلة
5. أسباب المشكلة
6. افتراض الحلول
7. معايير قياس الحلول
8. اختيار الحل الأمثل
9. تطبيق الحل
10. تقييم تأثير الحل

والشعور بالمشكلة شيء نسبي، أي ما يُعدُّ مشكلة لشخص معين قد لا تمثل مشكلة عند شخص آخر، والمشكلة الجيدة في الرياضيات هي التي تُثير أكثر من حل.

⁶⁸ - "A problem is a situation which is perceived as a goal to be achieved, which requires the use of cognitive abilities that are not already available in a readily accessible form. It is a state of knowledge that is not yet known, but which is believed to be knowable." (Lewin, 1942, p. 31).

مثال ١: نخزم أحد النوادي دورياً لكرة القدم لـ (8) فرق، بحيث كل فريق يلعب لعبة مرة واحدة فقط ببقية الفرق، جد عدد اللعب التي ستجرى؟

الحل الأول: قد يلج الطالب إلى تمثيل المشكلة حسياً ، كأن يشبه كل فريق بقلم ذي لون معين ويجري التقابلات ويسجل ليجد في النهاية أن عدد اللب = 28 لعبة.

الحل الثاني: قد يلج الطالب إلى تمثيل المشكلة شبه حسي، فيمثل كل فريق بنقطة على الورقة ويحصل كل نقطة ببقية النقاط ويحسب عدد الخسوف، ليجد أن عدد اللعب -28 لعبة.

الحل الثالث: قد يفكر الطالب ذهنياً بالحل ويلاحظ أن نمطاً معيناً يترتب بحيث الفريق الأول يلعب 7 لعب، والثاني 6 لعب، والثالث 5 لعب،، الثامن 1 لعبة.

ثم يجد مجموع اللعب - 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28 لعبة.

الحل الرابع: قد يفكر الطالب بموضوع حاصل الضرب الديكارتي $(8 \times 8 - 64)$ زوج مرتب) وهي:

(8.1) . (7.1) . (6.1) . (5.1) . (4.1) . (3.1) . (2.1) . (1.1)

(8.2) . (7.2) . (6.2) . (5.2) . (4.2) . (3.2) . (2.2) . (1.2)

(8.3) . (7.3) . (6.3) . (5.3) . (4.3) . (3.3) . (2.3) . (1.3)

(8.4) . (7.4) . (6.4) . (5.4) . (4.4) . (3.4) . (2.4) . (1.4)

(8.5), (7.5), (6.5), (5.5), (4.5), (3.5), (2.5), (1.5)

(8.6), (7.6), (6.6), (5.6), (4.6), (3.6), (2.6), (1.6)

(8.7), (7.7), (6.7), (5.7), (4.7), (3.7), (2.7), (1.7)

(8.8), (7.8), (6.8), (5.8), (4.8), (3.8), (2.8), (1.8)

ويستثنى الأزواج العنصر مع نفسه حيث لا يلعب الفريق مع نفسه وعدد هذه الأزواج:

56-8-64 .8- { (8 .8) .(2 .2) .(1 .1) } .وج

ويستثني المكررة أي نفس اللعبة فلعبة (2. 1) هي نفسها اللعبة (2. 1)⁶⁹، وعددنا نصف عدد اللعب أي $56 + 2 = 28$ لعبة.

الحل الرابع: قد يحل الطالب نفس الحل الثالث ولكن يستبعد مباشرة الأزواج التي لا تنفق مع منطوقية المشكلة أي الأزواج:-

(8 . 1) . (2 . 1) . (3 . 1) . (4 . 1) . (5 . 1) . (6 . 1) . (7 . 1) . (8 . 1)

(8 . 2) . (3 . 2) . (4 . 2) . (5 . 2) . (6 . 2) . (7 . 2) . (8 . 2)

(8 . 3) . (4 . 3) . (5 . 3) . (6 . 3) . (7 . 3) . (8 . 3)

(8 . 4) . (5 . 4) . (6 . 4) . (7 . 4) . (8 . 4)

(8 . 5) . (6 . 5) . (7 . 5) . (8 . 5)

(8 . 6) . (7 . 6)

(7 . 8) وبالتالي يجد عدد اللعب الكلية = 28 لعبة.

الحل الخامس: قد يفكر الطالب الذي درس موضوع التباديل والتوافيق أن يحول المشكلة إلى صيغة أخرى: كم زوجاً من الفرق يمكن أن نختاره من 8 فرق: ويكون الجواب:

$$\text{في (8 ، 2) } = \frac{2 \times 8}{1 \times 2} = 28 \text{ لعبة.}$$

وبلا حذر في الحل الأخير هو أبسط الحلول ولا يمثل مشكلة للذي درس هذا الموضوع. مثال 2: أحمد توجه إلى ثلاث أماكن يوزع فيها قماش على عدد الموجودون أمامها (i) فيها 500 متر قماش و الموجودون (39) شخصاً، (ب) فيها 500 متر قماش و الموجودون (29) شخصاً، (ج) فيها 400 متر قماش و الموجودون (29) شخصاً، ساعدوا صديقكم أحمد وبينوا له أي الأماكن يتجه ليحصل على كمية أكبر.

1- الشعور بالمشكلة: لدى أحمد مشكلة والمفروض مساعدته.

2- تحديد المشكلة: التفكير في المشكلة من خلال إعادة صياغة المشكلة وترتيبها على شكل جدول بالمعلومات مع الانتباه بإضافة أحمد إلى كل المجموعات لحساب الحصنة في كل حالة:

الأماكن	الكمية القماش الموجودة	عدد الموجودون
أ	500 متر	40 شخصاً
ب	500 متر	30 شخصاً
ج	300 متر	30 شخصاً

- 3- جمع المعلومات: يذكر المعلم بالمعلومات التي نحتاجها لحل المشكلة منها:
كيف نعرف حصة كل واحد، المتعارف في الكسور أو عند قسمة عدد على آخر كلما قل المقام (أو المقسوم عليه) زادت الكمية وبالعكس والقاعدة هي:
إذا تساوت المقامات عدة كسور فإن أكبرها هو الأكبر بسطاً.
إذا تساوت بسوط عدة كسور فإن أكبرها هو الأصغر مقاماً.

- 4- وضع الفروض: نحن أمام ثلاثة فروض أما أ، أو ب، أو ج هي الأكثر حصة.

- 5- مناقشة الفروض: نلاحظ كمية القماش في أ، ب متساوية وكل منهما (500 متر)، وعدد الموجودون في أ أكثر من الموجودون في ب، وعليه:
الكمية التي يحصل عليها في ب أكثر من أ (أي رفض المكان أ).
يبقى المقارنة بين ب، ج، نلاحظ عدد الأشخاص في كل من ب، ج متساوي، والكمية في ب أكثر، وعليه:
الكمية التي يحصل عليها في ب أكثر من ج (أي رفض المكان ب).
أي يحصل أحمد على أكثر كمية في المكان ب.

6- التأكد من الحل وتعميم النتيجة: لكي نجد حصة كل مكان ممكن قسمة الكمية على عدد الموجودون:

الكمية 500

حصة الفرد في المكان أ = $\frac{500}{40}$ = 12.5 متراً الحصة
العدد 40

300

حصة الفرد في المكان ب = $\frac{300}{10}$ = 30 أمتار الحصة

500

حصة الفرد في المكان جـ = $\frac{500}{30}$ = 16.66 متراً الحصة

من هذا نلاحظ الكمية في ب أكثر ، وعليه يتوجه أحمد إلى المكان ب.

نصائح للمعلمين لتنمية التفكير عند حل المسائل

- 1- على المعلمين احترام حلول الطلبة أيأ كان نوعها وتشجيعهم، بحيث يشعر بأن المعلمين يدعمونه في الاهتمام بأرائه واحترامها، كما أن عملية التشجيع أيأ كان نوعها إنما تتمي عند الطلبة محاولات التفكير منذ الصفر.
- 2- عندما يستفسر الطالب عن شيء لا تتم الإجابة عليه فوراً وإنما يمكن التوصل للإجابة عبر إلقاء عدة أسئلة حتى يتمكن من التوصل لتلك الإجابة، إذ إن مثل تلك الأسئلة المقابلة تجعله يتذكر تلك الإجابة، أما إذا أجبت فوراً فإنه سرعان ما ينساها وفي المسائل البسيطة التي تكون في شكل واجب يومي، يجب ترك الطالب يفكر أولاً في حلها بعد أن تكون قد رسخت في ذهنه تلك القواعد الخاصة بتلك المسائل،

بعد إنهائه للواجب يمكن إجراء عملية التصحيح حتى يتم التأكد من أنه فهم قاعدة تلك المسائل.

3- يجب اخبار أولياء أمور الطلبة بعدم حل واجبات البيتية من قبلهم أو تعويدهم على المشاركة معهم في الحل، فإنه بعد فترة لن يستطيع المذاكرة وحده لأن عقله قد تعود على المساعدة الدائمة، وبالتالي فإن جانب التفكير قد تعطل لديه وإذا استمر الوضع هكذا ربما لا يستطيع البتة حل مسائل الواجب وحده.

4- على المعلمين ألا يموّدوا الطالب على الإجابة الواحدة - وأن يشجّموهم على أعمال العقل، وأن يميلوا يوماً لإلقاء الأسئلة التي تحتاج لأعمال العقل التي تحتاج لعمليات الحس والتخمين.

5- ويمكن للمعلم وضع أسئلة على ألا يفرض على الطلاب مناقشتها فوراً، وإنما يمنحهم فرصة كي يفكروا للحصة القادمة، وفي الحصة القادمة يطرح النقاش ويستمع لعدد من الطلاب مع احترام رأي كل منهم، ولكن في نهاية الأمر يوضح لهم الإجابة الصحيحة ولماذا اختار تلك الإجابة.

6- أما في المسائل الرياضية يعطي المعلم القاعدة التي تساعد الطالب في حل تلك المسائل وبمدها يتركه ليعمل بها، فإذا لم يعمل بها واستلّاع التوصل للحل بطريقة أخرى يجب تشجيعه، فحينما يبرع الطالب في استنباط طرق جديدة لحل عدة أنواع من المسائل الرياضية يصبح لديه المقدرة الجيدة وتتنامى في نفسه القابلية والثقة بالنفس مما يجعله واثقاً من قدراته وموهلاته. وبذلك تتكون لدى الطفل قوة الصبر والجلد على حل المشكلات التي تواجهه في الحياة، ومهما كانت قوة صدمة المشكلات التي تواجهه في الحياة فإنه أصبح يمتاز بقوة الشكيمة والأنابة بحيث لا ينشل تفكيره في أصعب اللحظات وأحلكها. وبالتالي يصبح قادراً على تحدي كل المشكلات والمصاعب التي تواجهه بعقل متفتح وقلب منشرح وأنه بلا شك سوف ينتصر طال الزمن أم قصر. فحينما يعتاد لطفك على التفكير فإنه عادة ما تتولد لديه المقدرة على التفكير المنتج مستقبلاً، ويتم ذلك عبر وضع محور يرتكز عليه في الموضوع ويحاول إبعاد كل ما هو ذو صلة بالموضوع محور الاهتمام.

7- من الجيد أن يحاول المعلم إشراك الطلاب في المسائل التي تحتاج للتفكير الجماعي بحيث ي طرح عليهم المشكلة ويترك لهم اختيار الحل الأمثل، كأن تتمثل تلك الأسئلة في المواد الاجتماعية حيث تتنوع الأفكار وتتوالى الخواطر حول أسلوب الحل الأمثل. إن عملية التفكير الجماعي تنمي في الطفل عملية احترام الحوار، وكيفية تعلم السماع لأفكار إخوانه بالدرس، إلى جانب تنمية الولاء للأفكار الصحيحة في نظره بحيث يعضد الرأي الصحيح دون الالتفات لما يربطه من ود وصداقة لصاحب الرأي الخاطئ أو الصحيح.

8- يجب أن نعلم طلبتنا أن الاختلاف في الرأي لا يفسد القضية وأن احترام آراء الآخرين تنمي فيهم عامل احترام التفكير في حد ذاته بل ربما تدفع البعض إلى الارتكاز على التفكير المبدئي لينطلق منه لأفكار أعمق، أي أنه يستطيع الإمساك بطرف الخيط ليواصل بعدها مسيرة التفكير المتواصل، فالتفكير الجماعي في المشكلات ينمي في أطفالنا عملية التفكير المرحل بحيث يصبح لكل طفل دور يؤديه حتى تستطيع الجماعة التوصل للحل النهائي⁷⁰.

9- مساعدة الطلاب على تحسين قدرتهم في اختبار الفرضيات وتشجيعهم على المخي في الاستقراء والاستقصاء، وكلما أكد المعلم على الروابط والعلاقات بين أجزاء المسألة زادت فرص الطالب لتكوين الفرضيات وتخمين الحلول. فالمهارات و المدارك اللازمة لاختبار الفرضيات هي التي ترافق التفكير الاستنتاجي، وتلك التي ترتبط بتجميع المعلومات وتحليلها ترافق بذلك الأساليب الاستقرائية.

10- مساعدة الطلاب على التكيف للمسائل: التكيف للمسائل يعتمد على مجموعة منظمة من المعارف التي تتعلق بالمسائل، و التي تتوفر في البنية المعرفية للفرد، وللتكيف للمسألة أن يعرف الطالب موقع المسألة في هذه المعارف، ولعله من المفيد تدريب الطلاب على قراءة المسائل وإعادة صياغتها بلفتهم الخاصة وتوضيح المعطيات والمطلوب.

11- تشجيع الطلاب على إعادة المسألة وتوضيحها بالأشكال، وتمثيلها شكلياً أو رمزياً مثلاً، وهذا يساعد على معرفة العلاقات بين التفاصيل، ويفيد المخلد في الوصول إلى الجواب بسرعة.

12- مساعدة الطلاب على استحضار المزيد من المادة الفكرية و المعلومات وهناك أسلوب مفيد يمكن أن يستعمله المعلم في ذلك وهو أسلوب الإستقصاء، فيستطلع المعلم أن يوجه أسئلته بحيث تتغير معه بؤرة انتباه الطلاب ويدخل عناصر جديدة وتكوين ردياً جديدة بناء على ذلك. الاسئلة مثل: "هل تعرف مسألة ذات صلة بالمسألة الحالية؟ هل تعرف نظرية أو تعميماً يفيد في حلها؟

"هل يمكنك أن تعيد المسألة بشكل مختلف وحسب فهمك؟
"هل استعملت كل المعطيات و الفروض؟ هل اخذت بالاعتبار كل المبادئ الجوهرية في المسألة؟

13- مساعدة الطلاب على التخلص من (حكم العادة) أو التثبيت بنموذج حل فاشل. وذلك بنصح الطلاب للجوء إلى أسلوب آخر في الحل.

14- تشجيع الطلاب على حل المسألة بأكثر من طريقة وذلك بتشجيع الذاتية بنشاط حل المسائل المتنوعة، وتميز الحلول الصحيحة مهما اختلفت وعدم المعاقبة على الحلول الخاطئة وعدم الاصرار على حل المسائل بالخطوات الروتينية، و التحلي بالصبر و الموضوعية في الحكم على خطوات الحل⁷¹.

توظيف القصة في حل المشكلات الرياضية: يفضل تدريس حقائق الرياضيات، ومفاهيمها، وتعميماتها من خلال الإثارة والتشويق، فيمكن توظيف أسلوب القصص الشيقة من خلال حل المشكلات، والعصف الذهني، علماً أن أي مشكلة رياضية عند عرضها على الطلبة، لا يوجد حل جاهز لها في أذهان الطلبة.

تعد المشكلات في الرياضيات المناخ الخصب الملائم لتنمية مهارات التفكير العليا وتحسينها وتطورها لدى الطلبة، لما توفر من فرص للتحليل و التركيب والتأمل و الخيال و النقد و الإبداع وتوليد الأفكار و كذلك إيجاد عدة حلول والتأكد من صحتها.

القصة: يفضل بعد انتهاء المعلم وطلوبته من دروس تشابه المثلثات، أن يعرض المعلم القصة الآتية التي تهدف إلى الخروج عن الروتين والتدريبات الروتينية، وإلى إثارة دوافع الطلاب وتشويقهم، وإلى توثيق مهارات التفكير من خلال تحليل القصة وأحداثها(على أن لا يبدأ الحل إلا بعد الانتهاء من القصة وأن يتخللها إثارة أسئلة من قبله لزيادة التشويق والتفكير:

يحكى في قديم الزمان أن ملكا كان له ابنة وحيدة، وهذا الملك كان يحب الرياضيات، وخاصة قياسات أطوال الأشياء الشاهقة والخطرة، ومن شدة حبه للرياضيات قرن مهر ابنته بمشكلة رياضية، فقد كبرت ابنة الملك وأصبحت في سن الزواج، وجاءها الخطاب من كل حبيب وصوب، ولكن أحدا لم يوفق في الزواج منها، حتى أن بعضهم فقد حياته ثمنا لذلك دون جدوى، ومرت الأيام والسنون، وسمع بقصة بنت الملك شاب فقير الحال، و هو وحيد أمه، ذهب إلى قصر الملك، وبصعوبة شديدة استطاع الدخول إليه .

قال الشاب للملك :أنا يا سيدي أطلب يد ابنتك للزواج .

الملك :لنفتك يا بني تريد مساعدة من مال أو طعام، لكن حسنا، أتعرف مهر ابنتي أيها الشاب؟

الشاب: لديه فكره أنه لفر .

الملك : مهر ابنتي لم يستلح أحد أن ينفذه، وكل من حاول فشل وهلك ! إن مهر ابنتي أن تجد طول النخلة الباسقة الارتفاع في الصحراء القاحلة الموحشة، والتي تبعد عنا مسيرة خمسة أيام، بشرط أن لا تستخدم أي جهاز أو أداة أو الصعود عليها، وسيرافقك مجموعة من جنودي إلى تلك الصحراء، فإن استطعت أن تعرف

طول النخلة ولو بصورة تقريبية فستجو وتتزوج ابنتي، وإن لم تستطع فسيقتلك الجنود.

الشاب : نعم يا سيدي، لقد قبلت.

الملك : سنسمع لك، ولكن سيبقى جنودي برفقتك من الآن فصاعدا.

سافر الشاب برفقة جيش الملك، وبعد خمسة أيام وصلوا إلى تلك الصحراء التي في وسطها النخلة العملاقة، وقف الجميع ينتظر إلى هذه النخلة، فتقدم أحد الجنود وقال للشاب: معك متسع من الوقت من الصباح حتى المساء، وبعد المساء إذا لم تخبرني عن طول النخلة الصحيح فسأقتلك.

هنا يتدخل المدرس قبل أن ينهي القصة بوجه المعلم السؤال الآتي إلى طلبته : ما مقترحاتكم في مساعدة عماد في قياس طول النخلة؟ لديكم عشر دقائق قبل إكمال القصة ومن لديه مقترح يكتبه على ورقة، ثم يسلمه إلي قبل انتهاء الدقائق المشر، ينتظر المعلم عشر دقائق، ثم يجمع أوراق الحل، دون استلام أي حل قبل نفاذ هذه المدة.

وقف الشاب أمام النخلة العملاقة، فإذا هي طويلة، وعلى جوانبها الإبر الشوكية القاتلة، قال الشاب في نفسه : إن تسلق هذه النخلة ضرب من الخيال، ولكن لماذا أنسلقها؟

نظر الشاب إلى قمة النخلة البعيدة المنال، ونظر إلى السماء، فإذا الفيوم تحجب الشمس، فحزن الشاب كثيرا، ونزل ينتظر مدة ساعتين دون عمل أي شيء، وفجأة ظهرت الشمس مشرقة ساطعة، وكأنها تحيي الشاب المشابر، لقد فرح كثيرا، وقال في نفسه الحمد لله أن ظهرت الشمس، أولا سأصنع من طولتي ومن نللي مثلث قائم، وكذلك النخلة، (حيث خد (وضع علامة على الرمل) بالرمل خدلا و ابتعد عنه حتى وصل آخر نلله عند الخد بالضبط، ثم وضع خدلا مكان وقوفه، وبذلك حصر طول نلله بين خطين، وبسرعة كبيرة وفي نفس اللحظة وضع خد (علامة) على آخر نقطة في نل النخلة الموجود على الأرض.

يتدخل المدرس بسؤال: لماذا وضع علامات الظل في نفس اللحظة تقريبا؟ الآن سيقوم بطول مسافة الظل، المسافة التي تمثل طول ظله، والمسافة التي تمثل طول ظل النخلة.

سؤال: كيف سيقوم الشاب بطول ظله وطول ظل النخلة؟
ونلف الشاب عدة طرائق مختلفة في قياس الأطوال، وكانت لها نفس الإجابة تقريبا، وذلك كما يأتي:

الطريقة الأولى: وقف الشاب أمام النخلة وتأمل فيها جيدا، ثم تخيل في ذهنه كم شخصا يقفون على أكتاف بعض حتى يصلوا إلى قمة النخلة، فقدر ذلك بمسرة أشخاص مثله في الطول وطوله (2 متر أو أقل، تقريبا 1.8 متر) أي طول النخلة التقريبي 20 متر أو أقل بقليل 18 متر مثلا.

الطريقة الثانية: عن طريق عدد الخطوات (التوسيع بين القدمين بمسافة متر واحد تقريبا) حيث استطاع أن يمد الخطوات، وقد وجد القياسات الآتية: طول ظله يساوي 3 خطوات (3 م تقريبا) وطوله هو خطوتان (2م تقريبا)، طول ظل النخلة يساوي 27 خطوة (27م تقريبا) وبذلك حصل الشاب على مثلثين متشابهين، وبذلك أجرى عماد تقاسبا بين المثلثين وحصل على طول النخلة:

$$\begin{array}{r} \text{طول النخلة} \\ \hline \text{طول ظلها} \end{array} = \frac{\text{طول الشاب}}{\text{طول ظله}} = \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 27}{3} = 18 \text{ متر تقريبا.}$$

الطريقة الثالثة: عن طريق وحدة القدم طول قدم الشاب 25 سم (المتر = 3.33 أقدام ولتقريب فرضه 4 أقدام)، وهنا يتدخل المدرس هل أحد قاس منكم طول قدمه، حيث استطاع أن يمد عدد الأقدام، وقد وجد القياسات الآتية:

طول ظلّه يساوي 12 قدما، وطوله هو 8 أقدام

طول ظل النخلة يساوي 108 قدما وبذلك حصل عماد على مثلثين متشابهين:

$$\begin{array}{r} \text{طول النخلة} \\ \hline \text{طول الشاب} \\ \hline \text{طول ظلها} \\ \hline \text{طول النخلة} \\ \hline 8 \\ \hline 12 \\ \hline 108 \\ \hline 8 \times 108 \\ \hline \text{طول النخلة} = \frac{72 \times 108}{12} = 648 \text{ قدم} \end{array}$$

الطريقة الرابعة: عن طريق طوله (طول عماد 1.8 متر وظلّه في عملية القياس، حيث مد جسمه على الأرض، وقاس كل من طول ظلّه و طول ظل النخلة وكانت القياسات كما يأتي: طول ظلّه يساوي طوله + نصف طوله أي: 2.7م، طول ظل النخلة يساوي 15 مرة من طوله أي: 27 م،

$$\begin{array}{r} \text{طول النخلة} \\ \hline 1.8 \\ \hline 2.7 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\text{طول النخلة} = \frac{1.8 \times 27}{2.7} = 18 \text{ متر تقريبا.}$$

المدرس: قبل إكمال نهاية القصة، هل يوجد لديكم طريقة أخرى للحل ؟، بدون استخدام أي أداة.

تبسم الشاب ضاحكا، وقال: أيها الجندي، لقد عرفت قياس طول النخلة، ويساوي تقريبا 18 مترا. الجندي: نعم صحيح، لقد نجوت، وفزت. وتزوج الشاب ابنة الملك وعاش في سرور وسعادة مع زوجته وأمه⁷².

⁷² في نسخة أخرى: وعاش في سرور وسعادة مع زوجته وأمه.

مشكلات تتطلب حل من القارئ

س120 : نهب رجل للتسوق ومعه مبلغ (225) دولار عبارة عن عدد معين فئة (20) دولار، وعدد آخر من فئة (5) دولارات، وعند انتهائه من التسوق، وجد ما بقي من المبلغ من فئة (20) دولار نفس عدد فئة (5) دولارات، وعدد من فئة (5) دولار بقدر عدد (20) دولار من المبلغ الأصلي، وان المبلغ

3

المتبقي يعادل — من المبلغ الأصلي، جد عدد فئات المبلغ الأصلي من النوعين والمبلغ المتبقي

2

س121 : سأل شخص عن عمره فأجاب خمسة أضعاف عمري بعد 6 سنوات مطروحا منه خمسة أضعاف عمري قبل 6 سنوات يساوي عمري بضبط، فما عمر ذلك الشخص؟

س122 : أحد الشركات تتضاعف رواتب الموظفين كل (5) سنوات وتضاف له علاوة مقدارها (100) دينار، فإذا علمت أن راتبه الآن (3100) دينار بعد مضي (20) سنة على خدمته، كم كان مرتبه في بداية تعيينه؟

س123 : إذا زاد كل من طول وعرض مستطيل بنسبة 20% فما النسبة المئوية لزيادة ذلك المستطيل؟

س124 : شخص يرد أن يوصل تقاحة واحدة إلى صديقه المحجوز في قصر له خمسة أبواب يحرسه خمسة حراس، إذا كان كل حارس يأخذ نصف ما يحمله من التفاح، فكم يحتاج من التفاح لكي يوصل إلى تقاحة واحدة إلى صديقه؟ وضع طريقة حلك

س125 : أوصى رجل أن توزع تركته على أبنائه الثلاثة بحيث:

- 1- يأخذ الكبير نصف التركة + 20 دولار.
- 2- يأخذ المتوسط نصف المتبقي + 20 دولار.
- 3- يأخذ الأصغر نصف ما يبقى + 20 دولار.
- 4- يعلّى ما يتبقى والبالغ (3000) دولار إلى خادمه الوفي.

ما مقدار التركة، وما نصيب كل ابن؟

س126: تقابل مجموعة من الأصدقاء في مناسبة معينة وعند حساب عدد مرات التصافح

بين المجموعة وجدت أنها (36) مصافحة، فما عدد تلك المجموعة؟

س127: يبلغ مرتب موظف مع الحوافز الشهرية \$260 وكان مرتبه يزيد على الحوافز

بمقدار \$200 فما مقدار كل من راتبه والحوافز الشهرية؟

س128: مجموع أعمار ثلاثة أشخاص = 90 سنة وكان عمر الأول يزيد (10) سنوات

عن الثاني، ومجموع عمري الأول والثاني يزيد (50) سنة عن الثالث فما عمر كل

واحد منهم؟

س129: منزل فيه ولد وأخته ينتميان لنفس الجامعة، فإذا علمت أن البنت تقطع المسافة

بين البيت والجامعة في (30) دقيقة والولد في (20) دقيقة، فإذا خرجت البنت قبل

(5) دقائق من أخيها فبعد كم دقيقة يلتقيان وفي أي مسافة من الطريق؟

س230: أنظر للأمثلة الآتية:

$$4 - 2 - 2 \quad \text{وكذلك} \quad 4 - 2 - 2$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 \underline{\quad} - 3 - 4 \underline{\quad} & \text{وكذلك} & 1 \underline{\quad} - 3 - 4 \underline{\quad} & \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

أي عددين الفرق بينهما يساوي حاصل قسمتهما.

هل تستطيع أن تجد أعداد أخرى تحقق هذه الخاصية؟ وهل تبتكر طريقة ممكن من

خلالها الحصول على أمثلة متنوعة؟

الإجابات

اجوبة (الفصل الثاني) التسلية والإلغاز

جواب س1:

11	4	9
6	8	10
7	12	5

جواب س2: نفس طريقة جدول (3x3) نجد المركز (65 + 5 = 13) وتكون ترتيب الأعداد على النحو الآتي:-

4+	11+	أقل رقم	5 -	2+
10+	8 -	6 -	1+	3+
9 -	7 -	م	7+	9+
3 -	1 -	6+	8+	10 -
2 -	5+	أعلى رقم	11 -	4 -

جواب س3:

سلسلة (1): 48 ، نضرب في 4 ونقسم على 2

سلسلة (2): 53 ، نجمع 2 ونضرب في 3

سلسلة (3): 4 ، نقسم على 2 في كل مرة

سلسلة (4): 265 ، كل رقم مرفوع للقوة 2

سلسلة (5): 4 ، كل رقم بعمده جذره

جواب س4: نقرض العدد المختار (س + 10 من) وعندما ونجري العمليات كالآتي:

$$(س + 10 من) \times 2 = (2 س + 20 من)$$

2 س + 20 من 14 + نقسم على (2) يصبح المقدار

س + 10 من 7 + نطرح العدد المختار (س + 10 من) يبقى العدد (7)

جواب س5:

$$\begin{aligned}
 37 \times 3 \times 1 &= 111 \\
 37 \times 3 \times 2 &= 222 \\
 37 \times 3 \times 3 &= 333 \\
 37 \times 3 \times 4 &= 444 \\
 37 \times 3 \times 5 &= 555 \\
 37 \times 3 \times 6 &= 666 \\
 37 \times 3 \times 7 &= 777 \\
 37 \times 3 \times 8 &= 888 \\
 37 \times 3 \times 9 &= 999
 \end{aligned}$$

جواب س6: إذا ضربت العدد (987654321) في الرقم (9) ومضاعفاتها (لحد 9 أضعاف) يكون الناتج مكرر محصور بين رقمين وبترتيب جميل الأول يتزايد والأخير يتناقص:

$$\begin{aligned}
 987654321 \times 9 &= 08888888889 \\
 987654321 \times 18 &= 17777777778 \\
 987654321 \times 27 &= 26666666667 \\
 987654321 \times 36 &= 35555555556 \\
 987654321 \times 45 &= 44444444445 \\
 987654321 \times 54 &= 53333333334 \\
 987654321 \times 63 &= 62222222223 \\
 987654321 \times 72 &= 71111111112 \\
 987654321 \times 81 &= 80000000001
 \end{aligned}$$

جواب س7: نعم توجد الأعداد (303) لو ضربناها في 2 ومضاعفاتها (أو في 3 ومضاعفاتها) نحصل على ناتج (من مرتبتين) وكذلك (404) في 2 ومضاعفاتها مكرر مرتين:

303 x 2 = 0606	404 x 2 = 0808	303 x 3 = 0606
303 x 4 = 1212	404 x 4 = 1616	303 x 6 = 1212
303 x 6 = 1818	404 x 6 = 2424	303 x 9 = 1818
303 x 8 = 2424	404 x 8 = 3232	303 x 12 = 2424
303 x 10 = 3030	404 x 10 = 4040	303 x 15 = 3030
303 x 12 = 3636	404 x 12 = 4848	303 x 18 = 3636
303 x 14 = 4242	404 x 14 = 5656	303 x 21 = 4242
303 x 16 = 4848	404 x 16 = 6464	303 x 24 = 4848
303 x 18 = 5454	404 x 18 = 7272	303 x 27 = 5454
303 x 20 = 6060	404 x 20 = 8080	303 x 30 = 6060

303 x 3 = 0606
303 x 6 = 1212
303 x 9 = 1818
303 x 12 = 2424
303 x 15 = 3030
303 x 18 = 3636
303 x 21 = 4242
303 x 24 = 4848
303 x 27 = 5454
303 x 30 = 6060

جواب س8: ضرب العدد (11011) 2 ومضاعفاتها، والعدد (3) ومضاعفاتها لحد

(20) يظن الشيء نفسه. وتستطيع أن تجرب بنفسك و تخفيف إلى هذه الخواص

المجينة.

11011 x 2 = 0 22022	11011 x 3 = 033033
11011 x 4 = 0 22022	11011 x 6 = 660660
11011 x 6 = 0 22022	11011 x 9 = 990990
11011 x 8 = 0 22022	11011 x 12 = 132132
11011 x 10 = 0 22022	11011 x 15 = 165165
11011 x 12 = 0 22022	11011 x 18 = 198198
11011 x 14 = 0 22022	11011 x 21 = 321321
11011 x 16 = 0 22022	11011 x 24 = 264264
11011 x 18 = 0 22022	11011 x 27 = 297297
11011 x 20 = 0 22022	11011 x 30 = 330330

كذلك لو جربت

$$44044 \times 2 = 088088$$

$$44044 \times 4 = 164167$$

$$44044 \times 6 = 246246$$

$$44044 \times 8 = 352352$$

$$44044 \times 10 = 440440$$

$$44044 \times 12 = 528528$$

$$44044 \times 14 = 616616$$

$$44044 \times 16 = 740740$$

$$44044 \times 18 = 792792$$

$$55055 \times 2 = 110110$$

$$55055 \times 4 = 220220$$

$$55055 \times 6 = 330330$$

$$55055 \times 8 = 440440$$

$$55055 \times 10 = 550550$$

$$55055 \times 12 = 660660$$

$$55055 \times 14 = 770770$$

$$55055 \times 16 = 880880$$

$$55055 \times 18 = 990990$$

جواب مرقوم: نعم العدد (11011011) لو ضرب في (3) ومنضاعفاتها أو في (2)

ومنضاعفاتها نحصل على ناتج مكون من (ثلاث مراتب) مكرر ثلاثة مرات لحد عشرة أضعاف:

$$11011011 \times 2 = 022022022$$

$$11011011 \times 4 = 044044044$$

$$11011011 \times 6 = 066066066$$

$$11011011 \times 8 = 088088088$$

$$11011011 \times 10 = 110110110$$

$$11011011 \times 12 = 132132132$$

$$11011011 \times 14 = 145145145$$

$$11011011 \times 16 = 176176176$$

$$11011011 \times 18 = 198198198$$

$$11011011 \times 20 = 220220220$$

$$11011011 \times 3 = 033033033$$

$$11011011 \times 6 = 066066066$$

$$11011011 \times 9 = 099099099$$

$$11011011 \times 12 = 132132132$$

$$11011011 \times 15 = 156156156$$

$$11011011 \times 18 = 198198198$$

$$11011011 \times 21 = 231231231$$

$$11011011 \times 24 = 264264264$$

$$11011011 \times 27 = 297297297$$

$$11011011 \times 30 = 330330330$$

جواب س10 : نفرض العدد مكون من الأرقام س، ص، ع ويكون العدد حسب موقع مراتبه:-

س + 10 ص + 100 ع وعندما نكرر تضاف أصفار (ثلاثة لكل مرتبة) للعدد ويصبح:-

س + 1001 ص + 1000 س + 10000 ص + 100000 ع نجمع الحدود المتشابهة
1001 س + 10010 ص + 100100 ع - 1001 (س + 10 ص + 100 ع)
لاحظ العدد الأخير يقبل القسمة على (1001) ويبقى نفس العدد.

جواب س11 : نفرض العدد الأول = س، فيضون الثاني = (س + 1)، والثالث = (س + 2)
مجموعهما س + (س + 1) + (س + 2) = 3 س + 3 = 3 (س + 1)
وهو نفس العدد الثاني مضروباً * ثلاثة

جواب س12 : الإثبات الرياضي

نفرض العدد الأول = س، الثاني = س + 1، الثالث = س + 2

الأول * الثاني = س (س + 1) = س² + س

الثالث * الثاني = (س + 2) (س + 1) = س² + 3 س + 2

الفرق بينهما = (س² + 3 س + 2) - (س² + س) = 2 س + 2 = 2 (س + 1) ضعف العدد الثاني

جواب س13 : الإثبات الرياضي نفرض العدد الأول = س، الثاني = س + 2، الثالث = س + 4

الأول * الثاني = س (س + 2) = س² + 2 س

الثالث * الثاني = (س + 4) (س + 2) = س² + 6 س + 8

الفرق بينهما = (س² + 6 س + 8) - (س² + 2 س) = 4 س + 8 = 4 (س + 2)
وهو أربعة أضعاف العدد الثاني.

جواب س14 : الإثبات الرياضي؟

نفرض العدد الأول = (س + 10 ص) فيكون معكوسه = (ص + 10 س)

مجموعهما = (س + 10 ص) + (ص + 10 س) = 11 ص + 11 س = 11 (ص + س) لاحظ

النتائج يقبل القسمة على 11

جواب س15 : الإثبات ذلك الرياضي؟

نفرض العدد = (س + 10 ص) فيكون معكوسه (ص + 10 س)

نتائج الطرح (ص + 10 س) - (س + 10 ص) = (9 س - 9 ص) = 9 (س - ص)

والنتائج الأخير يقبل القسمة على 9

جواب س16 هل تستطيع الإثبات الرياضي؟

نفرض العدد (س + 10 ص + 100 ع) فيكون معكوسه = (ع + 10 ص + 100 س)

نتائج الطرح = (ع + 10 ص + 100 س) - (س + 10 ص + 100 ع)

= (99 س - 99 ع) = 99 (س - ع) ونتائج الأخير يقبل القسمة على 9

جواب س17 : الإثبات رياضي ؟

نفرض العدد مكون من مرتبتين (س ، ص) = مجموع أرقامه (س + ص)

العدد (س + 10 ص) - مجموع أرقامه (س + ص) = 9 ص

والنتائج الأخير يقبل القسمة على 9 ودائما نفس رقم مرتبة العشرات.

جواب س18 : نفرض العدد = (س + 10 ص + 100 ع) ومجموع أرقامه (س + ص + ع)

وعند الطرح: (س + 10 ص + 100 ع) - (س + ص + ع)

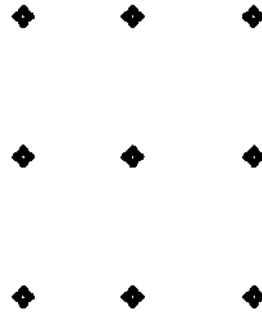
= (9 ص - 9 ع) = 9 (ص - ع) والنتائج الأخير يقبل القسمة على (9)

جواب س: 20 $888+88+8+8+8 = 1000$

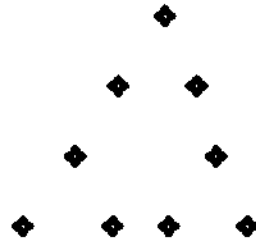
جواب س: 21:

جواب س: 22 $99 + \frac{9}{9} = 100$

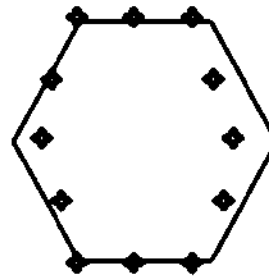
جواب س: 23 يرتبون بالشكل الآتي:



جواب س: 24 يرتبون بالصورة الآتية



جواب س: 25: يمكن تنطيمهم على شكل سداسي في كل ضلع (3) أشخاص



جواب س26:

$\begin{array}{r} 111-11 \\ \hline 1 \\ 333-33 \\ \hline 3 \\ 555-55 \\ \hline 5 \\ 777-77 \\ \hline 7 \\ 999-99 \\ \hline 91 \end{array}$	$\begin{array}{r} 222-2 \\ \hline 2 \\ 444-44 \\ \hline 4 \\ 666-66 \\ \hline 6 \\ 888-88 \\ \hline 8 \\ 5 \times 5 + 5 \times 5 + 5 \times 5 = 100 \end{array}$
--	--

جواب الألفاظ

جواب اللفز 1: حرف (أ) أمام كلمة وأملاكي حيث أصبحت العبارة ((وهبت جميع أموالني أو أملاكي للدولة)).

جواب اللفز 2: حرف (أ) حذف من كلمة (أو) قبل كلمة المقارنات حيث أصبحت العبارة ((أهب جميع أموالني و المقارنات لابنتي)).

جواب اللفز 3: نضيف واحد للمعد $18 = 1 + 17$ لكي يقبل القسمة

$$18 \times \frac{1}{2} = 9 \text{ فيكون نصيب أحمد}$$

$$18 \times \frac{1}{3} = 6 \text{ فيكون نصيب قاسم}$$

$$18 \times \frac{1}{9} = 2 \text{ فيكون نصيب أحمد}$$

وعندما نجمع $17 = 2 + 6 + 9$ وهي التركيبة.

جواب اللغز: عندما نريد توزيع (8) أرغفة على ثلاثة نقسم كل رغيف إلى ثلاثة أجزاء أي:

$3 \times 8 = 24$ جزء، وكون الثلاثة أكلوا بالتساوي أي كل واحد أكل (8) أجزاء.

فلاح عنده (3) أرغفة أي (9) أجزاء أكل منها (8) أجزاء يبقى له جزء فنصيبه قطعة واحدة.

أحمد عنده (5) أرغفة أي (15) جزءاً أكل منها (8) أجزاء يبقى له (7) أجزاء فنصيبه (7) قطع.

جواب اللغز: نفرض عدد طلاب المجموعة الأولى = س

و نفرض عدد طلاب المجموعة الثانية = ص

س - 1 = ص + 1 وبعد الترتيب س - ص = 2 المعادلة (1)

س + 1 = 2 - ص (1) بعد فك الأقواس والترتيب س - 2 = 3 المعادلة (2)

ثم تحل المعادلتين أنيا لتحصل ص = 5، س = 7

جواب اللغز: نفرض أن في الصندوق كان س من المال فيدفع الأول 2 س وياخذ 20 يكون في الصندوق في نهاية الأول 2 س - 20.

الثاني يدفع 2 س (2 س - 20) - 20 وبعد فك الأقواس 4 س - 40 - 20 = 4 س - 60

الثالث يدفع 2 س (4 س - 60) - 20 وبعد فك الأقواس 8 س - 120 - 20 = 8 س - 140

وعليه يكون الناتج الأخير 8 س - 140 = 0 ومنها س = 17.5 قطعة كانت في الصندوق.

ونوضح ذلك: جاء الأول وضع ضعفه يكون المبلغ 35 قلعة أخذ (20) قلعة الباقي (15) قلعة. يضع الثاني ضعفه يكون (30) قلعة ويأخذ (20) قلعة المتبقي (10) قلعة.

الثالث يضاعفه فيصبح (20) قلعة ويأخذ (20) قلعة فلا يبقى شيء.
ونستطيع حل اللغز بأن نبدأ بطريقة عكسية أي من النهاية دون فرضيات:
الثالث دفع الضعف وأخذ (20) قلعة ولم يبقى شيء أي كان في الصندوق (10) قطع.
وكون الثاني أخذ (20) قلعة أي كان (30) قلعة قبل أخذ الثاني الـ (20) قلعة
معناها كان في الصندوق (15) قلعة قبل المضاعفة.
وكون الثالث أخذ (20) قلعة أي كان (35) قلعة قبل أخذ الثاني الـ (20) قلعة
معناها كان في الصندوق (17.5) قلعة قبل المضاعفة.

جواب لغز: 7

نفرض مجموعة الطيور الأولى = س

نفرض مجموعة الطيور الثانية = ص

$$س - 1 = ص + 1$$

$$س = ص + 2 \dots (1)$$

$$س + 1 = 2 \cdot ص - 1 \text{ بعد فتح الأقواس والترتيب } س = 2 \cdot ص - 3 \dots (2)$$

$$\text{وبحل المعادلتين أنبأ } 2 \cdot ص - 3 = ص + 2 \text{ منها } ص = 5, س = 7$$

جواب اللغز: نفرض الكبير = س ، فيكون الصغير = (40 - س)

$$\frac{س}{4} = \frac{160 - س}{1} \text{ ، } س = 160 - 4 \cdot س \text{ ، } 5 \cdot س = 160 \text{ ،}$$

$$س = 32 \text{ الكبير ، الصغير } = 40 - 32 = 8$$

جواب اللغز: نضع في كل كفة ميزان قلعتين فيكون هناك احتمالان:

$$1 - \text{ إذا تعادلت الكفتين: يعني هذا القلعة الأثقل في الخارج نضعهما}$$

في الميزان كل قلعة في كفة ونعرف الأثقل.

2 - إذا لم تتعادل، نأخذ الكفة الأثقل ونضع كل قطعة في كفة ونعرف أيهما الأثقل.

جواب اللفز 10 يصعد الولدين أولا ينزل احمد ويرجع مازن، ليصعد الأب لوحده ويمبر إلى الضفة الأخرى، يرجع احمد بالزورق وحده ويجلب أخوه ليمبرا إلى الضفة الأخرى.

جواب اللفز 11

نفرض عدد الأقلام = س

فيكون

$$س + \frac{1}{2} س + 1 = 100$$

$$\frac{3}{2} س = 99$$

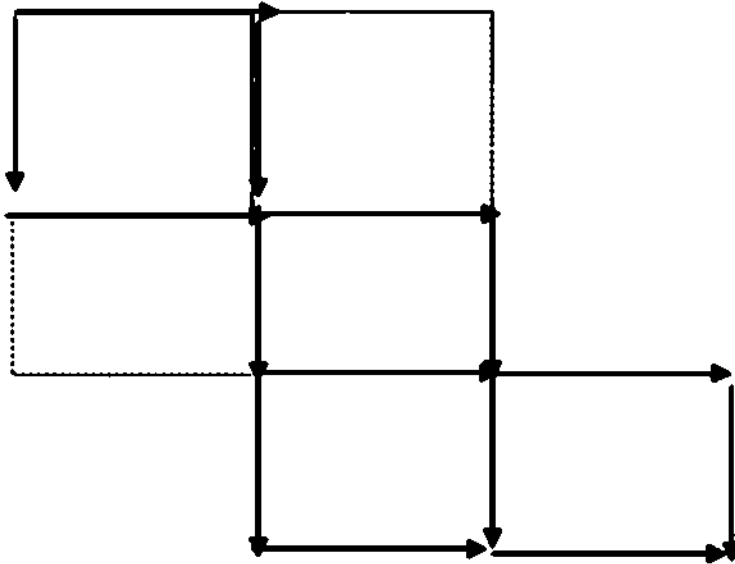
$$س = \frac{198}{3} = 66 \text{ قلم في الحزمة}$$

✱		✱			
		✱		✱	
✱	✱				
				✱	✱
	✱		✱		
			✱		✱

جواب اللفز 12 توزع الزهور على النحو الآتي:

جواب اللفز 13: تحذف الأسم

التي محلها خذ منقول



جواب اللغز 14 $(7+7+7) \div (7) = 3$ أو $(77-7) - 7 = 3$

جواب اللغز 15: نفرض العدد الأول = س يكون الثاني = (س + 2)، الثالث = (س + 4)،

الرابع = (س + 6)، الخامس = (س + 8)

مجموعہم = ۸۰ = (۸ + ۶) + (۴ + ۲) + ۸

5 میں + 20-80 ومنہا میں - 12

ويكون المدد الأول - 12، والثاني-14، الثالث- 16، الرابع - 18، الخامس-20

جواب اللغز 16 لا يوجد فيها تراب

جواب اللغز 17 ساعة واحدة

جواب اللغز 18 نفرض المدة = س

(71- سی) 3 - (33- سی)

71- س. - 99- 3 س.

28 - 2

س 14 •

قبل (14) سنة كان عمر الأب = 57 سنة وعمر ابنه كان 19 سنة

جواب اللغز 19: نفرض عمر الشخص = س

$$\begin{array}{r} 1 \\ \text{-----} \\ 2 \times \text{س} = 30, \text{-----} \\ 5 \end{array}$$

30 بضرب المعادلة (2 ×)

$$\begin{array}{r} 2 \\ \text{-----} \\ 5 \end{array}$$

60 ومنها س = 12 سنة عمره الآن

جواب اللغز 20: نفرض العدد = س

$$\text{س}^2 + 2 \text{س} + 1 = 36$$

$$\text{س}^2 + 2 \text{س} + 1 - 36 = 0$$

$$\text{س}^2 + 2 \text{س} - 35 = 0$$

$$(\text{س} + 7)(\text{س} - 5) = 0$$

منها س = - 7 أو س = 5

جواب اللغز 21: في حالة وجود: جد، أب، وحفيد

جواب اللغز 22: نفرض العدد = س

$$\text{س}^2 = \frac{1}{2} \text{س}^3 \text{ بضرب المعادلة } \times (2)$$

$$2 \text{س}^2 = \text{س}^3 \text{ بضرب المعادلة}$$

$$2 \text{س}^2 - \text{س}^3 = 0$$

$$\text{س}^2 (2 - \text{س}) = 0$$

أما س = 0 يهمل أو س = 2 العدد

جواب اللغز 23: وذلك بأن يشرب الحليب بين يوم وآخر .

جواب اللغز 24: العدد 179

جواب اللغز 25: في الصف كان طالب و ثلاثة طالبات.

جواب اللغز 26: عدد الدجاج = 28 و عدد الأرانب = 24.

جواب اللفز 27 - أن العدد الفردي لا يقبل القسمة على (2) فيكون العدد (2 ن + 1) عدد فردياً

$$\text{مربع (2 ن + 1)} = 4\text{ن}^2 + 4\text{ن} + 1$$

$$= 4(\text{ن} + 2\text{ن}) + 1$$

وأن هذا المقدار هو عدد زوجي 4 (ن + 2 ن)

ويكون المقدار = 4 (ن + 2 ن) + 1 عدد فردياً

جواب اللفز 28: $8888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 9000$
جواب اللفز 29:

$$8 - \frac{8}{8} = 7$$

جواب اللفز 30: العدد 9

جواب اللفز 31:

$$99 + \frac{99}{99} = 100$$

أو $100 = 9 + 9 + 9 + (9 \times 9)$

جواب اللفز 32: $9999 + 99 + 9 + 9 + 9 = 10125$

جواب اللفز 33: عدد الطلاب = 30

جواب اللفز 34: عدد البطل 3 فقط

جواب اللفز 35: أي كسر مثلاً: النصف، الربع، الثلث، ...

جواب اللفز 36: العدد (31)

جواب اللفز 37: مرة واحدة فقط بعدما يكون الطرح من 96 و 95 وهكذا

جواب اللغز38: أحمد عنده (10) أقلام و حمزة عنده (6) أقلام

جواب اللغز39:

$$\begin{array}{r} 35 \quad 148 \quad 1 \quad 1 \\ \text{---} + \text{---} - \text{---} + \text{---} - 1 \\ 70 \quad 296 \quad 2 \quad 2 \end{array}$$

$$(123456789)^0=1 \quad \text{أو} \quad (987654321)^0=1$$

ويمكن إعادة تنظيم الأرقام وفي كل حالة نحصل على نفس الناتج.

جواب اللغز40: 3 , 2 , 1

جواب اللغز41: 5 دقائق

جواب اللغز42:

(أولاً) نكيل 7 لتر و نأخذ منها 4 لتر فنحصل على 3 لتر

(ثانياً) نكيل 7 لتر فنحصل على 10 لتر.

(ثالثاً) نأخذ منها 4 لتر فنحصل على 6 لتر.

جواب اللغز43: العدد هو (2520) لاحظ:

$$\begin{array}{l} 2520 \times \frac{1}{2} = 1260 \\ 2520 \times \frac{1}{3} = 840 \\ 2520 \times \frac{1}{4} = 630 \\ 2520 \times \frac{1}{5} = 504 \\ 2520 \times \frac{1}{7} = 360 \end{array}$$

$$2520 \times \frac{1}{8} = 315$$

$$2520 \times \frac{1}{9} = 280$$

$$2520 \times \frac{1}{10} = 252$$

ويمثل هذا العدد (2520) المضاعف المشترك الأصغر لجميع الأعداد من 2 وحتى 10 .

وهو في نفس الوقت حاصل ضرب عدد أيام الأسبوع * عدد أيام الشهر * عدد أشهر السنة.

$$7 \times 30 \times 12 = 2520$$

جواب اللغز 44: نشتر (19) دفتر بسعر (95 قطعة) + قلم واحد بسعر (بقطعة واحدة)

+ (80) ممحاة (باربعة قطع) = 100 المجموع

جواب اللغز 45: الفرع د

جواب اللغز 46: جنر (16) * 3 + 8 + 80 = 100

جواب اللغز 47: 18 + 2 - (100 - 5) = 0

جواب اللغز 48: نفرض المبلغ = س

7

س = $\frac{7}{12}$ () س = 10 نضرب المعادلة * 12

12 س - 7 س = 120

5 س = 120 ومنها س = 24\$

جواب اللغز 49: عدد الأطباء ضعف عدد المهندسين واليك البرهان الرياضي

نفرض عدد الأطباء = س، وعدد المهندسين = ص

و مجموع الأعمار = العدد * معد العمر

مجموع أعمار الأطباء = 35 س

مجموع أعمار المهندسين = 50 ص

مجموع أعمار الأطباء والمهندسين = 40 (س + ص)
 أي 40 (س + ص) = 35 س + 50 ص
 أي 40 س + 40 ص = 35 س + 50 ص بترتيب المعادلة
 أي 5 س = 10 ص بالقسمة على (5)
 أي س = 2 ص

جواب اللغز 50: $99999 + 1 = 100000$

جواب اللغز 51: لا يمكن أن يصل إلى القمة حيث في كل حالة سيبقى جزء.

جواب اللغز 52: معنى اللغز يبحث عن عدد إذا قسم على العدد:-

(2) الباقي يساوي (1)

(3) الباقي يساوي (2)

(4) الباقي يساوي (3)

(5) الباقي يساوي (4)

(6) الباقي يساوي (5)

(7) يقبل القسمة بدون باقي وهو من مضاعفات العدد (7) وهو العدد (119)

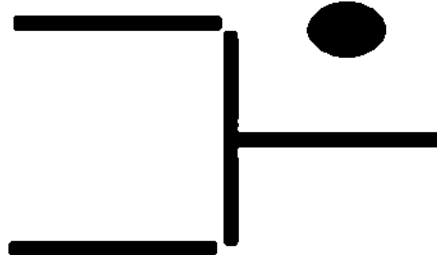
عدد درجات السلم = 119 درجة

جواب اللغز 53:

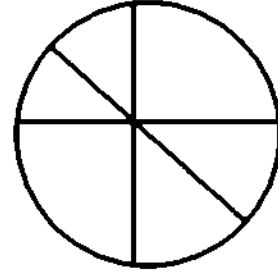
7		
4	1	3
6	8	5
	2	

هذا نموذج وتوجد توزيعات أخرى ممكن أن تحقق الشرط المطلوب

جواب اللغز 54:



جواب اللفز 55:



جواب اللفز 56:



جواب اللفز 57:



جواب اللفز 58: عملية التكبير لا تؤثر على قياس الزاوية فتبقى نفس القياس.

جواب اللفز 59: حجم الكرة الكبيرة = (27) مرة بقدر حجم الكرة الصغيرة

جواب اللفز 60: لأنه كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة لا يمر إلا مستو واحد.

جواب اللفز 61: عدد المثلثات في الشكل (13) مثلث

جواب اللفز 61: عدد المثلثات في الشكل (13) مثلث

جواب اللفز 62: يكون مجموع كل صف وعمود وقطر يساوي (18)

3	10	5
8	6	4
7	2	9

جواب اللغز67:

1- أذن.

2- القبة

3- 4424244

4 - 851342 كون رقم(3) في المرتبة الثالثة من (6) أرقام

5 - تصبح كلمة طرابلس أي مدينة

جواب اللغز68: (6) أطفال منهم(3) ذكور و (3) إناث

جواب اللغز69:معناه إذا كان عند سليم حصّة فإن كمال أربعة حصص

والحصّة الواحدة = $25 + 5 = 5$ قلم ما عند سليم

أو ممكن الحل فرضية:

نفرض ما عند سليم = س، أذن ما عند كمال = 4 س

س + 4 س = 25

س = 5 قلم ما عند سليم

جواب اللغز70:الشكل (C) حيث الرقم (5) المضلل داكن تراجع مربعا واحدة و الرقم

(4) منسلل خفيف تقدم مربعين.

جواب اللغز71: (2) كنم

جواب اللغز72:

1 - نملأ الوعاء سعة 11 لتراً من الحوض.

2 - نفرغ من الوعاء الكبير إلى صغير حتى يمتلأ ويبقى في الكبير (5) لتر.

3 - نفرغ الماء من صغير في الحوض ومن الوعاء الكبير (5) لتر يصب في الصغير.

4 - نملأ الوعاء سعة 11 لتراً من الحوض ونسكب منه إلى الصغير حتى يمتلأ

فيبقى في الكبير (10) لتر، ونسكب محتويات الصغير في الحوض.

5 - نفرغ الماء من كبير إلى الصغير فيبقى في الوعاء الكبير (4) لتر ونسكب

محتويات الصغير في الحوض ونفرغ محتويات الكبير في الصغير أي أصبح في

الصغير(4) لتر.

$$1 - \left\{ \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right\} =$$

$$1 - \left\{ \frac{8 + 4 + 2 + 1}{16} \right\} =$$

$$1 - \frac{1}{16}$$

ومنها س = 16 قطعة نقدية

جواب اللغز80: ممكن رسم (4) كتب الرابع يقع الأعلى بأكمله خارج حافة الطاولة كما في الشكل أدناه، أضفنا خطأ للصورة لتوضيح ذلك:



جواب اللغز81: عمر الابن الآن = 36 سنة وعمر الأب الآن = 72 سنة

وبعد سنة عمر الابن يكون = 37 سنة وعمر الأب = 73 سنة

جواب اللغز82: لو أن الملك ومجموعة العلماء أمعنوا النظر في المعادلة الناتجة لاستنتجوا

أنهم ليحسبوا حساباتهم بصورة دقيقة حيث أن نواتج ستكون:

1, 2, 4, 8, 16, 32, ...

هذه الأعداد هي قوة العدد 2 ، ويمكن كتابة هذه العملية كالتالي:

$$2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \dots$$

ويصبح لدينا بعد 64 مربع

$$2^{64} = 18,446,744,073,709,551,616$$

من عشرين مرتبة ناهيك عن المربعات التي قبلها:

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{62} + 2^{63} + 2^{64}$$

فتصور مدى ضخامة هذه الأعداد ولو جلبوا كل الأموال لا يستطيعون سد هذا الأعداد الضخمة من الأموال.

جواب اللغز88:

نفرض سرعة الصعود = س، وسرعة النزول = ص

$$\text{متوسطة السرعة} = \frac{س + ص}{2}$$

$$30 - \frac{15 + ص}{2} = 45 \text{ كم / ساعة}$$

$$5 * 4 = 19$$

جواب اللغز89:

جواب اللغز90:

1- شغل أحد المفاتيح الثلاثة لبضعة دقائق.

2- أطفأ المفتاح الذي قمت بتشغيله.

3- شغل أحد المفاتيح الباقين.

4- أدخل غرفة المصابيح الثلاثة مباشرة دون انتظار.

5 - المصباح المضئ يخص المفتاح الذي شغلته في خطوة 3، وسوف تجد أحد

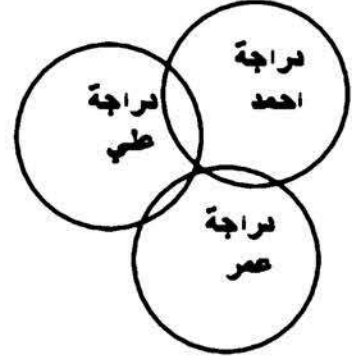
المصابيح الغير مضئين ساخنًا وهو المصباح الذي قمت بتشغيله في الخطوة 1 ثم

قمت بإطفائه، وبالتالي فهو يخص المفتاح الذي قمت بتشغيله في الخطوة 1 أما المصباح

الباقى وهو غير مضئ وغير ساخن فهو يخص المفتاح الذي لم تشغله أبداً.

جواب اللفز 86: جواب: للمساعدة على حل هذا اللفز نرسم مخططاً لجمله بسيدلاً بتمثيل الدراجات كدوائر وسياج المدرسة كخحد مستقيم:

سياج المدرسة



أدركنا من المنطق ليس على الثلاثة ربط دراجاتهم بسياج كما مذكور في اللفز ما دام احمد قد ربطها بالسياج وبدراجة علي لأن علي وعمر قاما بإزالة سلسلتيهما حيث لا داعي لها إن المعلومة المهمة الوحيدة هي أي الدراجات التي تم إقفالها بواسطة سلسلة احمد أي دراجة احمد وعلي بقيت محجوزة أما دراجة عمر أمكن تحريرها.



جواب اللفز 87: الطريقة لربط تلك الحلقات المصنوعة من الخيوط التي يؤدي فك أي منها إلى انفصال الاثنتين الآخرين كما في الشكل المجاور

جواب اللفز 88: نفس الوزن لأن القلعة تزيح ماء بقدر وزنها.

جواب اللفز 89: أن نحرك العمود الموجود في الثمانية لتصبح 6 ونضعه على إشارة الناقص

لتصبح زائد $9+6=15$ واليك الجواب بصور

$$9 - 8 = 15$$

$$9 - 8 = 15$$

$$9 + 6 = 15$$

جواب اللغز: خذ فتيلين، وأشمل أحدهما من الطرفين، والآخر من طرف واحد. عند انطفاء الفتيل الأول، أشمل الفتيل الآخر من الطرف الثاني، وعند انطفاء الفتيل الثاني، تكون الفترة التي انقضت هي 45 دقيقة . وإليك الجواب بصور

45 دقيقة	فتيل
30 دقيقة	فتيل
20 دقيقة	فتيل
10 دقيقة	فتيل
05 دقيقة	فتيل

جواب اللفز 91: المفو عنه (.) مستحيل ينقل إلى سيبيريا و يقتل

جواب اللفز 92: في الحقيقة أن الخطين لهما نفس الطول، و لكن نخلرا لأن زاوية الأول

أكبر من زاوية الثاني فيظهر للمين من النخلرة الأولى أن الخطل الثاني أطول.

جواب اللفز 93: كل عدد يساوي مجموع العددين اللذان قبله.

جواب اللفز 94: السلك الدبلوماسي

جواب اللفز 95: البرتقالات كلها بدون قشور

جواب اللفز 96: لأن كل منهما ضمن أن وجهه مثل صاحبه، فصاحب الوجه النظيف ضمن

أن وجهه متسخ فذهب ليفسله، والآخر عندما نظر إلى صاحب الوجه النظيف ضمن أنه

كذلك فلم يذهب ليفتسل.

جواب اللفز 97: نفرض عمر حسين = س

$$س + \frac{1}{2}س + \frac{1}{3}س + \frac{1}{4}س + \frac{1}{6}س + 13 = 40 \text{ بضرب المعادلة } \times 12$$

$$12س + 6س + 4س + 3س + 2س + 156 = 480$$

$$27س = 324 \text{ ومنه } س = 12 \text{ سنة عمر حسين}$$

جواب اللفز 98: 111 - 11 = 100

جواب اللفز 99: الساعة.

جواب اللفز 100: كل أشهر السنة الميلادية فيها (28) يوما وفي أي سنة ميلادية مهما

كانت سواء عادية أم كبيسة.

جواب اللفز 101: (32) سنة والبرهان الرياض كما في الآتي:

$$\text{البرهان: عمر قيس الآن: } 24 = 3 \times 8$$

نفرض المدة التي تمضي = س

$$(س + 24) = 2(س + 8)$$

$$(س + 24) = 2(س + 16)$$

$$2س - س = 16 - 24$$

$$س = 8$$

أحوية أسئلة الألغاز

جواب س27: أن المغالطة هنا ، أنه لا يجوز القسمة على صفر حيث: $0 = (2 - 2)$

جواب س28: لا تجوز القسمة على صفر حيث (س - ص) = 0

جواب س29: يجمع مراتب العدد المضروب ويضع الناتج بين مراتب العدد المضروب.

جواب س30: مرتبة الأحاد دائما العدد (5) ومرتبة العشرات (العدد المضروب $\times 5$) - رقم

تسلسل المثال، فمثلا المثال الخامس ($5 \times 9 = 45$) طرحنا ($9 - 5 = 4$) وهضنا.

جواب س31: الناتج يساوي عدد مكرر من العدد (8) يساوي (9) مطروحا منع العدد

الذي يجمع ، في المثال الثاني (8) نكرر مرتين حيث تساوي ($9 - 7 = 2$)

جواب س32: يكون الناتج عدد مكرر من الرقم (8) بقدر الأعداد المضروبة والذي

يوضع في مرتبة أحاد ناتج الضرب

جواب س33: نفرض العمر = س وعند إجراء العمليات المطلوبة:

$$س \times 3 = 3 س$$

$$(3 س + 1) \times 3 = 9 س + 3 \text{ وع إضافة العمر وهو } (س) \text{ يكون المقدار:}$$

$$10 س + 3 \text{ (وعند حذف } 3 \text{ والقسمة على } 10 \text{ يبقى } س \text{ وهو عمره.}$$

وهناك طريقة أخرى اعم حيث نتعامل مع العدد إذا كان مكون من أكثر من

مرتبة (أحاد ، عشرات ، مئات ، ... الخ) وهي كآتي:

نفرض العمر = (س + 10 ص) وعند إجراء العمليات المطلوبة:

$$(س + 10 ص) \times 3 = 3 س + 30 ص$$

$$(3 س + 30 ص + 1) \times 3 = 9 س + 90 ص + 3 \text{ ثم إضافة العمر}$$

$$9 س + 90 ص + 3 + (س + 10 ص) = 10 س + 100 ص + 3$$

$$10 (س + 10 ص) + 3 \text{ (وعند حذف } 3 \text{ والقسمة على } 10 \text{ يبقى } (س + 10 ص) \text{ وهو عمره.}$$

جواب س34:

نفرض عدد أخوة = س

و عدد الأخوات = ص

و عدد الأعداد = ع

نتبع الخطوات: س $\times 2 = 2$ س

(2 س + 3) $\times 5 = 10$ س + 15

(10 س + 15 س) $\times 10 = 100$ س + 150 + 10 س

(100 س + 150 + 10 س) + ع - 150

سيكون الناتج النهائي حسب ترتيب المراتب (حرف لوحده مرتبة الأحاد، والذي فيه

10 يعني مرتبة عشرات والذي فيه 100 مرتبة مئات)

ع + 10 س + 100 س

العدد الأول (مرتبة الأحاد) = ع عدد الأعداد الأحياء

العدد الثاني (مرتبة العشرات) = س وهو عدد الأخوات

العدد الثالث (مرتبة المئات) = س وهو عدد الأخوة

جواب س35: نأخذ العدد مكون من (س س ع) وحسب المراتب يكون:

العدد = س + 10 س + 100 ع

معكوسه = ع + 10 س + 100 س وعند طرحهما نحصل

(ع + 10 س + 100 س) - (س + 10 س + 100 ع) = (99 س - 99 ع) مشترك

99 (س - ع)، وهذا المقدار يقبل القسمة على (9) و (11).

جواب س36:

نقرض العمر (س + 10 س) والشهر المولود فيه (ل + 10 ع) وعندما نجرى العمليات:

(ل + 10 ع) $\times 2 = 2$ ل + 20 ع + 5 (ضربنا $\times 2$ وجمعنا 5)

بضرب ناتج الجمع $\times 50$ ، ثم يضيف إلى ذلك عمره ونطرح (365) ثم

نضيف (115).

(2 ل + 20 ع + 5) $\times 50 = 50$ ل + 1000 ع + 250

100 ل + 1000 ع + 250 + (س + 10 س) - 115 + 365

100 ل + 1000 ع + (س + 10 س) نأخذ المشترك ونرتب

= (س + 10 س) + 100 ل + 1000 ع (المائة أمام القوس دلالة على مرتبة المئات)

لاحظ الرقمان الأول والثاني العمر ، و الرقم الثالث والرابع هو شهر مولده.

أجوبة التفكير الإبداعي

جواب س37:

مجموع القطع الكلية = $5 \times 5 = 25$ قطعة

عدد القطع المأكولة = $2 \times 9 = 18$ قطعة

عدد القطع المتبقية = $25 - 18 = 7$ قطع

جواب س38:

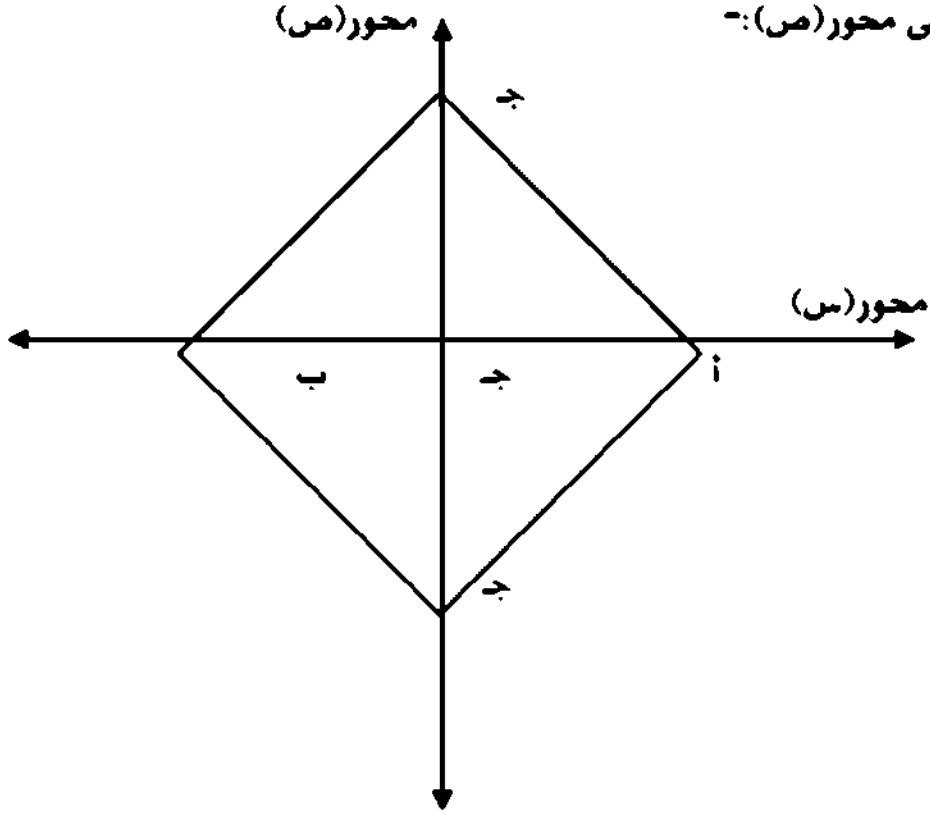
$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{35}{56} \text{ بينما طريقة الاختصار}$$

$$\frac{1}{2} \neq \frac{5}{8} = \frac{7 \cdot 35}{7 \cdot 56} = \frac{35}{56}$$

$$\text{كذلك} \quad \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{27}{72} \text{ بينما طريقة الاختصار}$$

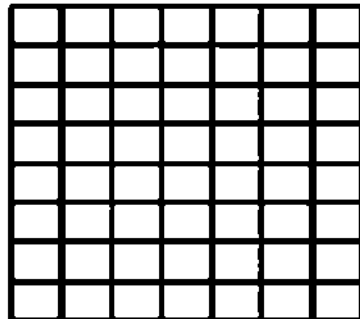
$$\frac{1}{1} \neq \frac{3}{8} = \frac{9 \cdot 27}{9 \cdot 72} = \frac{27}{72}$$

جواب س30: إذا أخذنا أ، ب نقطتان على المستوي في محور (س) ونقلنا جـ على محور (ص) كما في الشكل الآتي (وتكون مجموعة الحلول لا نهائية حسب تحرك نقطة جـ على محور (ص)):-



جواب س40: في كل زوج من الأعداد المضروبة نجد كل عدد معكوس الآخر ومربعيهما أيضا متعاكسان.

جواب س41: توجد ثلاث قطع للبناء منتظمة فقط. المثلثات وللإشكال السداسية التي أوردناها وبقي المربعات والنبي ذكرناها هي الاحتمالات الوحيدة و السبب في ذلك:



لو نظرنا إلى النقطة التي تلتقي فيها الأشكال. في حالة قطعة البناء المنتظمة المكونة من مثلثات، فإن ستة مثلثات تلتقي في أية نقطة. من أجل أن تتوافق معاً فإن مجموع

زواياها الداخلية يجب أن يكون 360 درجة. بما أن هناك ستة مثلثات، يتكون كل منها من زاوية داخلية قياسها 60 أما بالنسبة للقطوع المربعة، فإن أربعة مربعات تلتقي في كل نقطة. ويكون قياس كل من الزوايا الداخلية 90 درجة، وبالتالي يكون مجموعها أيضاً 360 درجة. أخيراً،

ماذا عن الشكل الخماسي؟ إن قياس كل من الزوايا الداخلية 108 درجات. ولا يوجد مضاعف للمعد 108 ليساوي 360.

هل ستكون هناك بعض المضلعات المنتظمة الشكل بجوانب عديدة يمكن استخدامها لقطعة البناء منتظمة؟ لا، والسبب في ذلك أنه كلما زاد عدد الجوانب، زادت الزاوية الداخلية. بالنسبة للشكل السداسي، فإنك تحصل على تطابق تام مع ثلاثة منها. إن أي شكل مضلع يحتوي على أكثر من ستة جوانب ستكون زواياها الداخلية أكثر من 120 درجة، لذا فلا تستطيع أن تجعل ثلاثاً منها تلتقي معاً في نقطة. لجعل اثنتين منها تلتقي معاً فإنك تحتاج إلى زوايا داخلية قياسها 180 درجة، لكن زاوية 180 درجة بين جانبيين متجاورين يعني أنها تشكل خطاً مستقيماً، لذا فلن يكون لدينا شكل مضلع. درجة، فإن مجموعها سيكون 360 درجة.

جواب س42:

نفرض أن المسافة الأولى = (س + 10 ص) وتكون المسافة الثانية = (ص + 10 س)

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \text{نعمد على أن السرعة} \quad \text{وكون السرعة ثابتة في الساعتين الأولى والثانية}$$

$$\frac{\text{السرعة في المسافة الأولى} = \text{السرعة في المسافة الثانية}}{\frac{(ص + 10 س) - (س + 10 ص)}{1} = \frac{(س + 10 ص) - (ص + 10 س)}{1}}$$

$$9 س - 9 ص = 99 س - 9 ص \quad \text{نرتب المعادلة ونطرح}$$

$$18 س = 108 ص \quad \text{بقسمة طرفي المعادلة على (18)}$$

$$س = 6 ص$$

أي س 1 و ص 6

وتكون المسافات على التوالي: 16, 61, 106 كم والسرعة = 45 كم/ساعة

جواب س 43: بالنسبة لثلاث أعداد يوجد احتمالين آخرين هما (3, 3, 3)، (2, 4, 4)

بالنسبة لأربعة أعداد فاحتمالات كثيرة منها

(4, 4, 4, 4)، (2, 4, 6, 12)، (2, 5, 5, 10)، (3, 3, 6, 6)، (2, 4, 8, 8)، (2, 3, 2, 12)، (3, 4, 4, 6)

بالنسبة لخمس أعداد هناك احتمالات كثيرة منها:-

(5, 5, 5, 5, 5)، (4, 4, 5, 5, 10)، (2, 5, 5, 8, 40)، (3, 5, 6, 6, 10)، (3, 3, 5, 12, 20)، (3, 3, 6, 10, 15)

جواب س 44: $9 = 6 + 2$ س بتربيع الطرفين

س $4 + 12 = 36 + 81$ س 2 بالقسمة الطرفين على س 2

س $2 + 12 + \frac{36}{2} = 81$ بإضافة (12-) للطرفين نحصل

س $2 + \frac{36}{2} = 69$

جواب س 45: ضرب العددين = 9 * رقم العشرات

مجموع العددين = مجموع مراتب العدد (الآحاد + العشرات)

جواب س 46: جواب س: ضرب العددين = 9 * (رقم العشرات + رقم المئات * 11)

مجموع الأعداد = مجموع مراتب العدد (الآحاد + العشرات + المئات).

جواب س 47: (خذ المرتبتين العشرات والآحاد + 1) وطرحتها من العدد الأصلي وضع هو

في الناتج ليمثل الأرقام الخيرة يبقى الآحاد = تكملة مجموع أرقام الناتج من الخطوة

الأولى إلى العدد (9): توضيح: فعند عملية 128×9 ، المرتبتين الأخيرة + 1 = 13 وعند

طرحتها من العدد الأصلي (115 = 128 - 13) ومجموع مراتب الناتج = 7

ونكملتها إلى العدد (9) هو العدد (2) ويكون الجواب النهائي = 1152

وكذلك العملية 175×9 نطرح (18 = 17 + 1) من العدد الأصلي

(157 = 18 - 175) ثم جمع الناتج = (13) مجموعه مرة أخرى (4) وتكملة

للمد (9) هو (5) فيكون الجواب النهائي = 1575

وفي حالة أربع مراتب المثال 3658×9

المراتب الثلاثة الأخيرة: (366 = 365 + 1) تلوح من العدد الأصلي (3658 - 366

3292 =) ومجموع الناتج النهائي (16) نجمه مرة أخرى يساوي (7) وتكملته

إلى (9) هو (2) ويكون الناتج النهائي = 32922

جواب س9:

يجب أن يكون العدد (نفرضه س) $1 < س$ أما الأعداد هي:

$$\frac{1}{1-س} + \frac{1}{س} + \frac{1}{س(1-س)} \quad \bigg| \quad \frac{1}{1-س} + \frac{1}{س} + \frac{1}{س(1-س)}$$

جواب س9: هنا مطلوب إيجاد الزمن في الثلاث مراحل: على قانون:

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \text{السرعة} \quad \text{أو} \quad \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \text{الزمن}$$

ثلث المسافة وهي (150) كم والسرعة معلومة (75) كم/ساعة بعد القسمة يكون الزمن (2) ساعة.

خمس المتبقي (من الثلاثين) ويعادل (15) تكون قيمته (60) كم وزمن معلوم ساعة واحدة

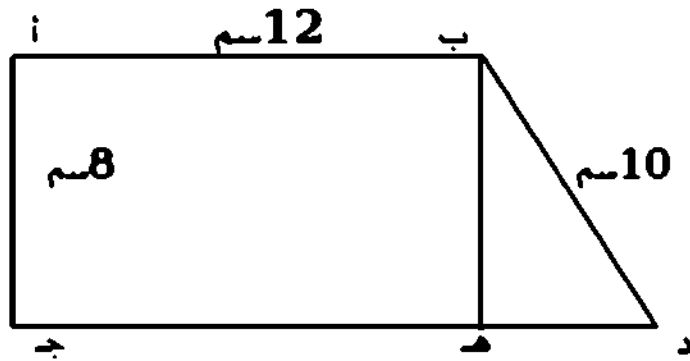
الباقى من المسافة (240) كم وسرعة معلومة (80) كم بعد القسمة يكون الزمن = 3 ساعات

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \text{السرعة} = \frac{450}{6} = 75 \text{ كم/ساعة}$$

جواب س50: نحتاج أيجاد القاعدة الثانية (السفلى)

$$(د هـ) 100 - 36 = 64$$

أي ده = 6 م أي د ج = 18 سم



$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \left(\frac{\text{مجموع القاعدتين}}{2} \right) \times \text{الارتفاع} = \frac{18+12}{2} \times 8 = 120 \text{ سم}^2$$

جواب س51: لاحظ العددين الأولية دائما (25) ويكون العدد (أو العدان) الذي يليهما هو حاصل ضرب رقم العشرات في العدد الذي يليه بالترتيب ففي المثال $25 \times 25 = 625$ ، حاصل ضرب مرتبة العشرات وهو (2) * الذي يليه هو العدد (3) يكون ناتج (6)

وكذلك في المثال $65 \times 65 = 4225$

المرتبتين الأخيرتين من حاصل ضرب (6*7) وهكذا بقية الأمثلة

ويمكن تقديم برهان رياضي على ذلك كل الأمثلة المشمولة بالقاعدة يمكن كتابتها على صورة $(10س + 5)$ وتعني الـ (10) مرتبة العشرات و س مرتبة العشرات وعند التجميع:

$$(10س + 5)^2 = 100س^2 + 50س + 25$$

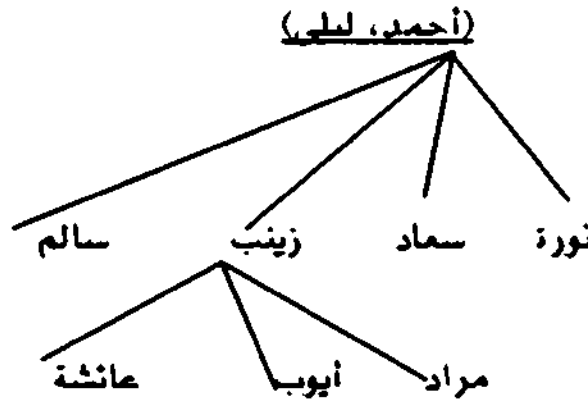
$$= 100س(س + 1) + 25$$

أي المرتبتين الأولى ستكون (25) ومعنى 100 هنا تشير إلى مرتبة المئات والمتكونة من س * (س + 1)

جواب س52: ضرب الآحاد * الآحاد يكون المرتبتين من الناتج (وفي حالة الجواب رقم واحد نضع صفر لمرتبة العشرات) وبمدها ضرب مرتبة العشرات في العدد الذي يليه لنكمل الناتج كما في س15.

أجوبة أسئلة التفكير الناقد

جواب: س53: المخلط



جواب س54:

- 1- خال مراد هو سالم. (✓)
- 2- عمت عائشة هي نورة (*).
- 3- ليلي لها حفيدان. (✓)

جواب س55:

طول السلك يعني المحيط و المحيط = 2 * (الطول + العرض) = 24
وعليه يكون (الطول + العرض) = 12 أي نبحث عن عددين مجموعهما 12 وبذلك تكون الاحتمالات الآتي:-

(6,6), (5,7), (4,8), (3,9), (2,10), (1,11) أي عدد الطرق الممكنة = 6

المساحة = الطول * العرض

أكبر مساحة 6 x 6 = 36 م²

أصغر مساحة 1 x 11 = 11 م²

جواب س56:

Ø	@	Ø	©
@	Ø	©	Ø
Ø	©	Ø	@
©	Ø	@	Ø

أو

Ø	©	@	Ø
Ø	Ø	©	@
@	Ø	Ø	©
©	@	Ø	Ø

ويمكن الحل بطرق مختلفة أخرى

جواب س57:

1- (✓).

2- (x).

3- (x).

4- (✓).

جواب س58:

1- (x).

2- (x).

3- (✓).

4- (x).

جواب س59:

1- أحمد يسكن في أحد الممارات، والمتكونة من (15) طابقاً، وتوجد في كل

طابق (4) شقق، كم شقة في العمارة التي يسكن فيها أحمد؟

2- شخص اتبع نظام حمية (رجيم) مارس هذا النظام لمدة (6) أيام من أول أسبوع فقد

خلاله من وزنه (12) كغم، فكم كيلو غراماً متوسط ما يفقد يومياً؟

3- باص ركاب، في أول محطة ركب (20) أشخاص، وفي المحطة الثانية نزل (2)

راكب وصعد (5) راكب، وفي المحطة الثالثة نزل (8) راكب وصعد (12) راكب،

وفي المحطة الرابعة لم ينزل أحد وصعد (5) راكب، وفي المحطة الخامسة (آخر محطة)

نزل جميع الركاب كم محطة توقف عندها الباص؟

4- في عمارة معينة يوجد (4) مصاعد كهربائية و كل مصعد يتسع (6) ركاب على الأكثر، كم راكباً يستطيعون استخدام مصعد واحد.

جواب س60:

1- ترتيب السرعة تصاعدياً.

الكاثن	السرعة ب(كم ²)	الكاثن	السرعة ب(كم ²)
الإنسان	30	الغزال	75
الفيل	37	القرود	105
الثعلب	60	النسر	180
الأرنب	67	الصقور	270

2- الغزال أكثر احتمالاً للفوز؟

3- لا يمكن.

4- لا يمكن.

جواب س61:

1- (x).

2- (x).

3- (x).

4- (✓).

جواب س62: أولاً:

6 , 12

17 , 45

9 , 81

11 , 5

ثانيا :

100	45	91	80	11	12	29	20	6	5
	ي			ف	ت			ا	

5	90	81	32	54	77	9	17	62	53
→		J				J	1		

الرسالة هي: اتقي الله

جواب س63: لا يجوز القسمة على صفر حيث الكمية (س- ص) = 0 حيث فرضنا س ص

جواب 64: لا يمكن الضرب بمتغير إذ تظهر قيم أخرى مختلفة للمدالة ويتغير تمثيلها
البياني فعلى سبيل المثال المعادلة $س^2 + 5س - 6 = 0$ جذور هذه المعادلة هي $\{ 3, 2 \}$ وعند ضربها بمتغير $س$ تصبح $س^3 + 5س^2 + 6س = 0$ وعندما نجد $س$ عامل
مشترك

س(س² + 5س - 6) = 0 نكون مجموعة الحلول { 0 , 2 , 3 } وعند التمييز
عن قيمة س = 0 بالمعادلة الأصلية لا تحقق.

جواب س65: إذا تساوت الأساسات تساوت الأسس وبالعكس إذا كان الأساس < 1
 جواب س66: لا يمكن حل معادلة من متغير واحد على إنها معادلتين أنيتين حيث نفس
 المعادلة كتبناها في صيغتين.

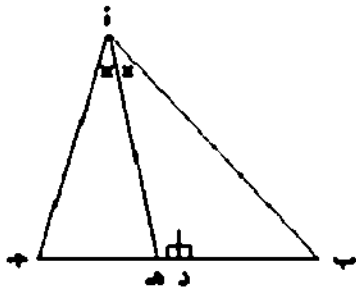
جواب س67: المفاعلة أن نقول (أو نفترض) أن منتصف الزاوية $\angle B$ يقابل العمود المقام على BC من منتصفه في D ، حيث أن المنيصف لا يمكن أن يقابل (أو يلتقي) مع العمود في جميع الاحتمالات الأخرى كما في البرهان الآتي ⁷³ :

في مثلث ABC جـ هذه نقطة على AB

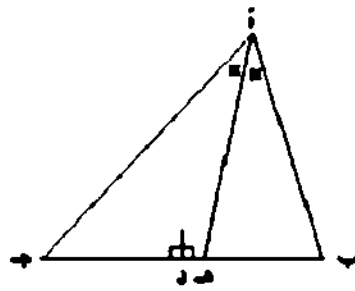
(1) أن يكون $AB = AC$ وفي هذه الحالة فإن نقطة D تقع على BC وذلك لأن $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ انظر شكل (1)

(2) أن يكون $AB > AC$ وفي هذه الحالة فإن نقطة D تقع على BC انظر شكل (2)

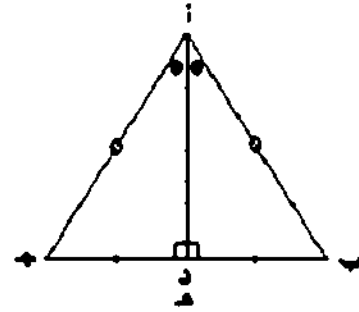
(3) أن يكون $AB < AC$ وفي هذه الحالة فإن نقطة D تقع على BC انظر شكل (3)



شكل (3)



شكل (2)



شكل (1)

أجوبة التفكير الرياضي

أجوبة أولا تكملة السلاسل

س68:

1- نضرب \times نصف أو نقسم على (2).

2- نضرب \times (2) ونجمع (5).

3- نضرب \times (6) ونطرح (6).

4- نقسم على (-3).

5- نربع العدد ونطرح (5).

ثانياً أجوبة: الاستقراء:

3 ن (ن + 1)

جواب س 69: مجموع ن من هذه الأعداد = $\frac{3 \times (ن + 1)}{2}$

جواب س 70: $2^{10} - 2$

جواب س 71: المجموع من هذه الأعداد = $\frac{2^2 (2^n + 1)}{4}$

جواب س 72: تكون صحيحة لكل $n > 1$
جواب س 73: نستنتج:

جمع عدد فردي + عدد فردي = عدد زوجي
جمع عدد زوجي + عدد زوجي = عدد زوجي
جمع عدد فردي + عدد زوجي = عدد فردي
جمع عدد زوجي + عدد فردي = عدد فردي
والخلاصة:

جمع عددين متشابهين بصفة (زوجي أو فردي) = زوجي
وجمع عددين مختلفين بصفة (زوجي أو فردي) = فردي

جواب س 74: يقبل العدد القسمة على (6) إذا كان العدد زوجي و مجموع مراتبه يقبل القسمة على (3)

جواب س 75:

1111110-222222*5 | 2222220-444444*5 | 3333330-666666*5 | 4444440-888888*5

ثالثاً أخوية: الاستنباط

جواب س 76:

- 1- (12 , 13 , 5) (✓)
- 2- (9 , 9 , 9) (x)
- 3- ($\sqrt{5}$, 10 , $\sqrt{5}$) (✓)
- 4- (1 , 1 , 4) (x)
- 5- (5 , 7 , 8) (x)

جواب س 77: (ب)

جواب س 78:

- جواب س79: لا يمكن تحديدها من المعطيات حيث لم يحدد موقع ج هل هي على استقامة واحدة مع أ، ب أن عموديا على أ ب أم بزاوية معينة إلى غيرها من الاحتمالات
- جواب س80: ج
- جواب س81: ج
- جواب س82: ب
- جواب س83: أ
- جواب س84: ب

أهمية التفكير المنطقي

- جواب س85: الشكل D
- جواب س86: الشكل D
- جواب س87: الشكل C كلها أشكال رباعية ما عدا (أو كلها فيها توازي ما عدا)
- جواب س88: الشكل (E) كون كل الأشكال من شكلين هندسيين مختلفين ما عدا يتكون من دائرتين.
- جواب س89: الشكل (B): كون كل الأشكال الهندسية تمثل (الرأس كبير وجسم صغير) أو (الرأس صغير والجسم كبير) عدا (الرأس والجسم صغير).
- جواب س90: الشكل (D) كلها ثلاثة قطع ما عدا أربعة قطع.
- جواب س91: 10 أرناب، فالأسرة مكونة من الأب الأم 6 + أرناب ذكور + أرنبتين من الإناث
- جواب س92: 3 دقائق.
- جواب س93: هم ثلاث توائم بنتين و ولد
- جواب س94: كون حسن مرتبه اكبر من المهندس و اكبر من المعلم (لأنه المعلم اقل مرتب معلى)، إذن حسن طبيب. فلاح متزوج وعليه يكون المعلم، يبقى احمد المهندس
- جواب س95:
- ياخذ الدجاجة أولا إلى الضفة الثانية ويترك (الثعلب، والحبوب) في الضفة الأولى ويمود.

ياخذ الثعلب ثانيا إلى الضفة الثانية ويعود ومعه الدجاجة إلى الضفة الأولى.

وياخذ الحبوب ثالثا ويترك الدجاجة في الضفة الأولى.

رابعا يترك الحبوب مع الثعلب ويعود ويجلب الدجاجة.

جواب س96: يكون لم يحدد في المسألة لون معين يكون اقل عدد مطلوب سحبه هو(3)

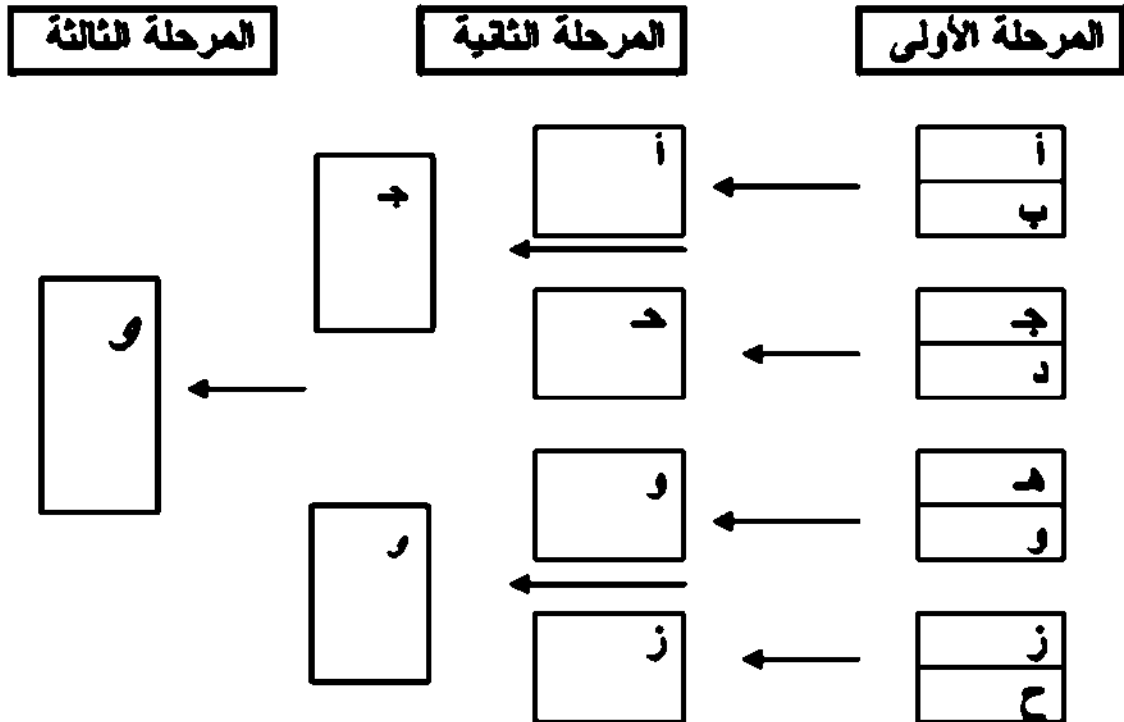
جواب س97: هم عبارة عن أب، وابن، وحفيد

جواب س98: الكتاب

جواب س99:

لون المنازل	الأصفر	أزرق	الأحمر	الأبيض	الأخضر
السائق	العراقي	مصري	الأردني	الخليجي	المغربي
يلعب كرة	سلة	فام	ملاكمة	تنس	منضدة
المشروب	الشاي	بنسون	الحليب	المشروبات الغازية	القهوة
يربي	القطط	الخيول	الطيور	الغزال	السمك

جواب س100:



أجوبة التمرين بالرموز

جواب س101:

- 1 : أ + ل + د + ي + ن = الدين
- 2 : ع + ن + د = عند
- 3 : أ + ل + ل + هـ = الله
- 4 : أ + ل + أ + س + ل + أ = الإسلام

جواب س102:

- 1 : $32 - 6 \times 5 + 3 \times 4$
 - 2 : $0 - 6 \times 5 - 5 \times 6$
 - 3 : $108 - 3 \times 3 \times 6 \times 2$
 - 4 : $7 - 3 \times 3 - 8 \times 2$
- جواب س103: س + س + س + س + س = 50- والعاد هو (24)

جواب س104: س - س - س - س = $\frac{1}{4}$

جواب س105:

نفرض العدد الأصغر = س

يكون (الأوسط) = (س + 2)

ويكون الكبير = (س + 4) وتكون المعادلة

$$3(س + 2) - (س + 4) = 10 \quad \text{وتكون الأعداد هي 4 . 6 . 8}$$

جواب س106:

نفرض الصغير = س

ويكون الكبير = (س + 4) والمعادلة:

$$3(س + 4) - 4س = 16 \quad \text{ويكون العددين 12 . 16}$$

جواب س107:

نفرض مرتبة الآحاد = س ومرتبة العشرات = ص

فيكون العدد = س + 10 ص

س - ص = 1 (1)

س + 10 ص = 4 (س + ص) (2) والعدد = 12

جواب س 108:

تقرض المرض = س والطول = ص

2 س + 2 ص = 46 (1)

1 1

س - س - 1 = 2 (2)

ويكون المرض = 8 سم ، الطول = 15 سم

أجوبة التفكير المنطوق

جواب س 109:

$$\begin{array}{r} 333 - 33 \\ \hline 3 \end{array} \cdot 100 \quad \text{ا -}$$

$$33 \times 3 + \frac{33}{33} \cdot 100 \quad \text{ب -}$$

$$\begin{array}{r} 333 - 33 \\ \hline 3 \end{array} \cdot 100 \quad \text{ت -}$$

$$33 \times 3 + \frac{333}{333} \cdot 100 \quad \text{ث -}$$

$$\begin{array}{r} 333 - 33 \\ \hline 3 \end{array} \cdot 100 \quad \text{ج -}$$

$$33 \times 3 + \frac{333}{333} \cdot 100 \quad \text{ح -}$$

نعم هذه الحالة بإضافة في البسط والمقام عدد من (الثلاثاء) مع (3 x 33)
لتكون العدد الفردي المطلوب.

$$\begin{array}{r} 33 - 3 \text{ لو } 3 \text{ لو } 3 \text{ لو } 3 \\ \hline 3 \end{array} \cdot 100 = 100$$

نعم هذه الحالة بضرب العدد (333) في البسط * عدد من لو 3 لتكون العدد
الزوجي المطلوب.

جواب من 110:

$$\frac{2}{2} + \frac{2}{2} = 2$$

$$\frac{2 + 2 + 2}{2} = 3$$

$$\frac{(2 + 2)}{2} + 2 = 4$$

$$2 \times 2 + \frac{2}{2} = 5$$

$$2 - 2 \times (2 + 2) = 6$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$\frac{22}{2} - 2 = 9$$

$$(2 + 2) \times 2 + 2 = 10$$

$$\frac{22}{2} + 2 = 11$$

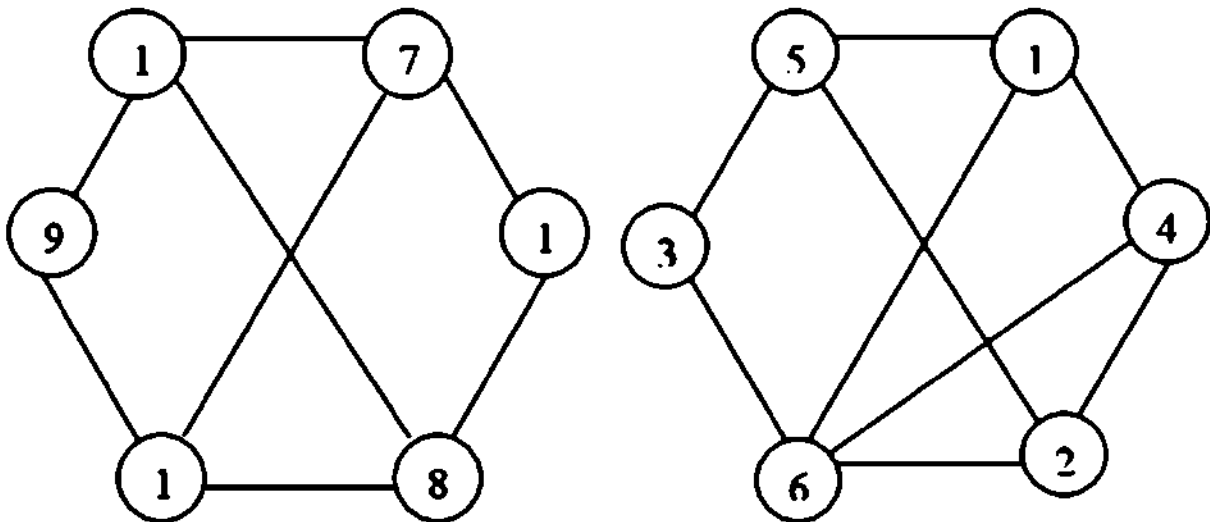
$$\frac{22 + 2}{2} \cdot 12$$

جواب س111: أكبر عدد يمكن تكوينه باستخدام أربعة (2,2,2,2) بصورة
الآتية:-

$22 \cdot [(2)^2]$ أي 4194304 (2) وهذا العدد يساوي بصورة تقريبية (10)

وأمامها ما يزيد عن مليون ومنتين وأثنى وستون صفر .

جواب س112:



انسجامها واتساقها؟ وهل يعد الحصول على قيمة أو إجابة معياراً لصحة حله للمسألة ؟

أجوبة الفصل الرابع

أجوبة الاكتشاف

جواب س113: العلاقة هي دائما الجواب مربع عدد الأعداد الفردية التي نجمعها.
جواب س114: $693 = 99 \times 7$ ويترتب الجواب في الوسط دائما الرقم (9)
ومجموع الرقمين على يسار ويمين الرقم (9) أيضا (9).

جواب س115: نلاحظ أن الناتج يقرأ من الجهتين، ولاحظ أيضا يتوقف الرقم حسب
مكررات الواحد فعندما ضربنا مثلا $(1111) \times (1111)$ توقف الرقم لحد (4) ثم
ينزل تنازليا وهكذا

جواب س116: الناتج دائما مككررات (4) وفي النهاية الرقم (0) بحسب عدد ضربها
بمكررات (8)

جواب س117: ويمكن كتابتها بصيغة أخرى كما في أدناه:

$$\begin{array}{rcl}
 123456789 \times 1 \times 9 & = & 111111111 \\
 123456789 \times 2 \times 9 & = & 222222222 \\
 123456789 \times 3 \times 9 & = & 333333333 \\
 123456789 \times 4 \times 9 & = & 444444444 \\
 123456789 \times 5 \times 9 & = & 555555555 \\
 123456789 \times 6 \times 9 & = & 666666666 \\
 123456789 \times 7 \times 9 & = & 777777777 \\
 123456789 \times 8 \times 9 & = & 888888888 \\
 123456789 \times 9 \times 9 & = & 999999999
 \end{array}$$

وإذا عكسنا الترتيب أيضا تظهر أرقام مكررة 9 مرات بترتيب جميل بحيث تتحرر بن
رقمي العدد نفسه:

$$\begin{aligned}
 987654321 \times 9 &= 08888888889 \\
 987654321 \times 18 &= 17777777778 \\
 987654321 \times 27 &= 26666666667 \\
 987654321 \times 36 &= 35555555556 \\
 987654321 \times 45 &= 44444444445 \\
 987654321 \times 54 &= 53333333334 \\
 987654321 \times 63 &= 62222222223 \\
 987654321 \times 72 &= 71111111112 \\
 987654321 \times 81 &= 80000000001
 \end{aligned}$$

جواب س118: $9 \times 1234567 + 9 = 11111111$

جواب س119: نفرض الأعداد التي تحقق الخاصية

الأول = س + 10 دس والثاني = ل + 10 ع

ويكون حاصل الضرب (س + 10 دس) (ل + 10 ع) = (س + 10 دس) (ل + 10 ع)

نفسك الأقواس ونحذف الحدود المتشابهة من الطرفين:

$$س \text{ ل} + 10 س \text{ ل} + 10 دس \text{ ل} + 100 دس \text{ ل} = ع \text{ ل} + 10 دس \text{ ل} + 100 دس \text{ ل} + 100 دس \text{ ل}$$

$$س \text{ ل} + 100 دس \text{ ل} = ع \text{ ل} + 100 دس \text{ ل}$$

$$99 دس \text{ ل} = 99 دس \text{ ل}$$

$$\text{أي دس ل} = \text{دس ل}$$

أي للحصول على مثل هذه الأعداد نحصل على أربع أعداد دس، ع، ل، س، ل

بحيث دس = ل ومنها دس = ع ل = دس ل ع

حلول أسئلة حل المشكلات

جواب س120:

نفرض عدد فئات (20) دولار = س

نفرض عدد فئات (5) دولارات = دس

وعليه يكون المبلغ الأصل = 20 س + 5 دس

والمبلغ المتبقي = 5 دس + 20 س

وكون المبلغ المتبقي = $\frac{2}{3}$ المبلغ الأصلي

5 س + 20 ص = $\frac{2}{3}$ (20 س + 5 ص)

15 س + 60 ص = 40 س + 10 ص

50 ص = 25 س + (25 ص)

س = 2 ص

وكون لا توجد لدينا معادلة أخرى لتمويض بها نفرض قيم لعدد ص وما يقابلها من س ونقارن بالمبلغ (225) دولار:

فعند ص = 2 يكون س = 4 ويكون المبلغ الأصلي $2 \times 5 + 4 \times 20 = 90$ دولار لا يحقق

و ص = 4 يكون س = 8 ويكون المبلغ الأصلي $4 \times 5 + 8 \times 20 = 180$ دولار لا يحقق

و ص = 5 يكون س = 10 ويكون المبلغ الأصلي $5 \times 5 + 10 \times 20 = 255$ دولار يحقق

أي عدد فئة (5) دولارات = 5، وعدد فئة (20) دولار = 10

المبلغ المتبقي = 150

المبلغ المسروف = $225 - 150 = 75$ دولار

حل آخر

نفرض عدد فئات (20) دولار = س

نفرض عدد فئات (5) دولارات = ص

وعليه يكون المبلغ الأصل = $20 س + 5 ص$

والمبلغ المتبقي = $5 س + 20 ص$ وعند الطرح نحصل على:

المبلغ المتبقي = $15 س - 15 ص$

وكون المبلغ المتبقي = $\frac{2}{3}$ المبلغ الأصلي

يكون المبلغ المصروف = $\frac{1}{3}$ المبلغ الأصلي = 75

15 س - 15 س = 75 - (15 -)

س - س = 5 س = (5 + س) (1)

5 س + 20 س = $\frac{2}{3}$ (20 س + 5 س) نموض من معادلة (1)

5 (5 س + 20 س) = $\frac{2}{3}$ (20 س + 5 س) + 5 س

25 س + 25 س = $\frac{2}{3}$ (25 س + 100 س) * 3 وفك الأقواس

75 س + 75 س = 200 + 50 س

25 س = 125

س = 5 س = 10

جواب س 121:

نفرض عمر الشخص = س

عمر الشخص بعد 6 سنوات = (س + 6)

عمر الشخص قبل 6 سنوات = (س - 6)

5 (س + 6) - 5 (س - 6) = س

5 س + 30 - 5 س + 30 = س

ومنها س = 60 سنة عمر الرجل

أي عمره بعد 6 سنوات يصبح = 66

عمره قبل 6 سنوات كان = 54

5 * 66 - 5 * 54 = 60

جواب س 122: ممكن حل السؤال بالتحرك من النهاية 4 مرات

الراتب الحالي = 3100 دينار

قبل (5) سنوات عندما كانت خدمته (15) سنة

$$3100 - 100 = 3000 \text{ دينار}$$

$$3000 + 2 = 1500 \text{ دينار}$$

قبل (5) سنوات أخرى عندما كانت خدمته (10) سنوات

$$1500 - 100 = 1400 \text{ دينار}$$

$$1400 + 2 = 700 \text{ دينار}$$

قبل (5) سنوات أخرى عندما كانت خدمته (5) سنوات

$$700 - 100 = 600 \text{ دينار}$$

$$600 + 2 = 300 \text{ دينار}$$

قبل (5) سنوات أخرى أي عند تعيينه

$$300 - 100 = 200 \text{ دينار}$$

$$200 + 2 = 100 \text{ دينار راتبه أول تعيينه.}$$

جواب س123:

نفرض طول المستطيل = س ، وعرض المستطيل = ص

فتكون المساحة = س * ص

يكون طول المستطيل بعد الزيادة = س + 0.20 ص = 1.20 س

و يكون عرض المستطيل بعد الزيادة = ص + 0.20 ص = 1.20 ص

و تكون المساحة = 1.20 س * 1.20 ص = 1.44 س ص

الزيادة في المساحة = 1.44 س ص - س ص = 0.44 س ص

أي تزداد المساحة بنسبة 44%

جواب س124: نفرض ما يحمله من التفاح = س

1

في المرة الأولى يعطي نصفه يبقى $\frac{1}{2}$ س

1

في المرة الثانية يعطي نصفه يبقى $\frac{1}{4}$ س

1

في المرة الثالثة يعطي نصفه يبقى $\frac{1}{8}$ س

8

في المرة الرابعة يعطي نصفه يبقى $\frac{1}{16}$ س

في المرة الخامسة يعطي نصفه يبقى $\frac{1}{32}$ س وهذا = 1

ومنها س = 32 تفاحة

جواب س 125:

نفرض التركة = س

$$\text{نصيب الابن الكبير} = \frac{س}{2} + 20 = \frac{40+س}{2}$$

$$\text{نصيب الابن الأوسط} = \frac{1}{2} \left\{ س - \frac{40+س}{2} \right\} + 1 = \frac{40+س}{4}$$

$$\text{نصيب الابن الأصغر} = \frac{1}{2} \left\{ س - \frac{40+س}{2} - \frac{40+س}{2} \right\} + 1 = \frac{40+س}{8}$$

مجموع التركة تساوي مجموع المبالغ الثلاثة + مبلغ الخادم

$$س = \frac{40+س}{2} + \frac{40+س}{4} + \frac{40+س}{8} + 3000 \text{ بالضرب } \times 8$$

$$8س = 4س + 160 + 2س + 80 + س + 40 + 24000$$

منها س = 24280 دولار التركة

ويكون نصيب الأكبر = 12140 + 20 = 12160 دولار والباقي من

التركة = 12120

ويكون نصيب الأوسط = 6060 + 20 = 6080 دولار والباقي من التركة = 6040

ويكون نصيب الأصغر = 3020 + 20 = 3040 دولار

للتحقيق: مجموع المبالغ الأربعة = 12120 + 6080 + 3040 + 3000 = 24280

دولار التركة

جواب س126: نفرض عدد أفراد المجموعة = س

من الواضح عندما يصافح الشخص أفراد المجموعة يصافحهم كلهم ما عداه مليما ،
فعلى سبيل المثال لو تواجد 30 شخص فإنه يصافح (29) واحد منهم وإذا كان عدد
الحضور (س) فإنه يصافح (س- 1) وعدد المصافحات يكون س * (س- 1) ويجب
الانتباه عندما يتصافح مثلا جاسم مع فلاح هو نفس تصافح فلاح مع جاسم أي:

$$س * (س- 1) = \frac{36 - 2}{2}$$

$$س^2 - س - 0 = 72$$

$$(س- 9)(س+ 8) = 0 \quad \text{ومنها س} = 9 \text{ عدد أفراد المجموعة وس} = - 8 \text{ يهمل.}$$

طريقة أخرى تحل عن طريق مبدأ التوافق

$$ق(ن، 2) = 36$$

$$ن(ن- 1) = \frac{36}{2} = \frac{36}{1}$$

$$ن^2 - ن = \frac{36}{1 \times 2} = \frac{36}{1}$$

$$ن^2 - ن - 0 = 72 \text{ ومنها ن} = 9 \text{ كذلك}$$

جواب س127:

نفرض مرتبه = س

فتكون الحوافز = (س - 200)

المرتب مع الحوافز = س + (س - 200) = 260

$$2 \text{ س} = 460 \text{ منها س} = 230 \text{ $ مرتب الموظف. والحوافز} = 30 \text{ $}$$

جواب س128:

نفرض عمر الأول = س، وعمر الثاني = ص، وعمر الثالث = ع

$$س = ص + 10 \dots (1)$$

$$(س + ص) - 50 = ع \text{ بتمويض عن قيمة س يكون:}$$

ع = 2 ص - 40 (2)

س + ص + ع = 90 (3) نموض المعادلتين (1)، (2) في (3)

$$\text{ص} + 10 + \text{ص} + 2 - \text{ص} - 40 = 90$$

$$4 \text{ ص} = 120 \text{ منها:}$$

ص = 30 سنة عمر الثاني

س = 40 سنة عمر الأول

ع = 60 - 40 - 20 سنة عمر الثالث

جواب س 120: لناخذ (5) هي الفترة الزمنية للحسابات فإن:

$$\text{البنت تقطع خلالها } \frac{5}{30} \text{ أي } \frac{1}{6} \text{ المسافة}$$

$$\text{الولد يقطع خلالها } \frac{5}{20} \text{ أي } \frac{1}{4} \text{ المسافة}$$

$$\text{وبعد ثلاث فترات تكون البنت تقطع مسافة } = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \text{ المسافة}$$

$$\text{وبعد فترتين يكون الولد يقطع مسافة } = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ المسافة}$$

أي يلتقيان في نصف المسافة بعد (10) دقائق.

جواب آخر: لو خرجت البنت قبل أخيها بمدة (10) دقائق فإن أخيها يلحق بها عند باب

الجامعة وبما أنها خرجت قبله بمدة (5) دقائق فإن أخيها يلحق بها عند منتصف المسافة

أي بعد خروجه بـ (10) دقائق.

جواب س 230:

لكي نجد عدة أمثله من هذا النوع من الأعداد نكون معادلة:

نفرض س - ص = 6 (أو أي رقم)، منها س = 6 + ص (1)

س = 6 (2) بتعويض المعادلتين مع بعض نحصل

$$6 = \frac{6 + \text{ص}}{\text{ص}}$$

$$6 \text{ ص} = 6 + \text{ص}$$

$$\text{ص} = \frac{36}{5} \text{ ونعوض عن القيمة في معادلة (1) نحصل س} = \frac{36}{5}$$

أي حصلنا على عددين هما $\frac{6}{5}$ ، $\frac{36}{5}$ الفرق بينهما يساوي حاصل قسمتهما

كذلك نفرض س = 7، منها س = 7 + ص (1)

س = 7 (2) بتعويض المعادلتين مع بعض نحصل

$$7 = \frac{7 + \text{ص}}{\text{ص}}$$

$$7 \text{ ص} = 7 + \text{ص}$$

$$\text{ص} = \frac{7}{5} \text{ ونعوض عن القيمة في معادلة (1) نحصل س} = \frac{49}{6}$$

أي حصلنا على عددين هما $\frac{7}{6}$ ، $\frac{49}{6}$ الفرق بينهما يساوي حاصل قسمتهما

وبنفس الطريقة نحصل على:

عددين هما $\frac{4}{3}$ ، $\frac{16}{3}$ الفرق بينهما يساوي حاصل قسمتهما

ومن خلال الأمثلة الثلاثة المعروضة أمكن التوصل إلى شبه قاعدة أن العدد الثاني عبارة

عن مربع البسط على نفس المقام أي إذا:

العدد الأول مثلاً $\frac{5}{4}$ يكون الثاني $\frac{25}{4}$

وهذا يحقق الخاصية حيث أن:

$$5 = \frac{5}{4} + \frac{25}{4} \quad \text{كذلك} \quad 5 = \frac{20}{4} + \frac{5}{4} + \frac{25}{4}$$

ونفس الشيء إذا العدد $\frac{3}{2}$ يكون العدد الآخر المطلوب $\frac{9}{2}$

وهذا يحقق الخاصية حيث أن:

$$3 = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} \quad \text{كذلك} \quad 3 = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{9}{2}$$

يحقق الخاصية المطلوبة وللقاري أن يجرب بنفسه ما شاء من الأعداد

منتدى سور الأزبكية

WWW.BOOKS4ALL.NET

<https://twitter.com/SourAlAzbakya>

تنمية التفكير بأساليب مشوقة



عمان - شارع الملكة رانيا العبدالله

المملكة الأردنية الهاشمية

هاتف: +962 6 5337003 / +962 6 5337029

فاكس: +962 6 5337007

ص.ب: 831 الجبيهة 11941

بريد إلكتروني: info@debono.edu.jo



Cover Design: ziadheir@hotmail.com